

Examen du baccalauréat session principale 2022

Section : Sciences de l'informatique

 Exercice 1 (5 points):

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (4 - 3i)z + 1 - 7i = 0$.

a) Vérifier que $(2 + i)^2 = 3 + 4i$.

$$\begin{aligned} 1) \text{ a- } (2 + i)^2 &= 2^2 + 2 \times 2 \times i + i^2 \\ &= 4 + 4i - 1 \\ &= 3 + 4i \end{aligned}$$

b) Résoudre (E).

$$\begin{aligned} b- \Delta &= [-(4 - 3i)]^2 - 4 \times 1 \times (1 - 7i) \\ &= 4^2 - 2 \times 4 \times 3i + (3i)^2 - 4 + 28i \\ &= 16 - 24i - 9 - 4 + 28i \\ &= 3 + 4i \\ &= (2 + i)^2 \end{aligned}$$

Donc $\delta = 2 + i$ est une racine carrée de Δ

$$\begin{aligned} \text{d'ou } z_1 &= \frac{(4-3i)-(2+i)}{2} & \text{et} & & z_2 &= \frac{(4-3i)+(2+i)}{2} \\ &= \frac{4-3i-2-i}{2} & & & &= \frac{4-3i+2+i}{2} \\ &= \frac{2-4i}{2} & & & &= \frac{6-2i}{2} \\ &= 1 - 2i & & & &= 3 - i \end{aligned}$$

Ainsi $S_C = \{ (1 - 2i); (3 - i) \}$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3 - i$, $z_B = 1 - 2i$ et $z_C = 1 + 3i$.

On désigne par ($\mathcal{C}$) le cercle de diamètre $[BC]$.

a) Calculer $(z_A - z_B)(\overline{z_A - z_C})$.

$$\begin{aligned}
 a- (Z_A - Z_B) \overline{(Z_A - Z_C)} &= (3 - i - 1 + 2i) \overline{(3 - i - 1 - 3i)} \\
 &= (2 + i) \overline{(2 - 4i)} \\
 &= (2 + i) (2 + 4i) \\
 &= 4 + 8i + 2i - 4 \\
 &= 10i
 \end{aligned}$$

$$\text{donc } (Z_A - Z_B) \overline{(Z_A - Z_C)} = 10i$$

b) En déduire que **A** appartient à $(\mathcal{C})$.

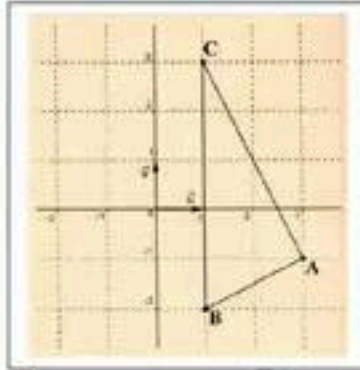
$$\text{On a : } (Z_A - Z_B) \overline{(Z_A - Z_C)} = 10i \in i\mathbb{R}^*$$

Donc les deux vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux

Donc le triangle ABC est rectangle en A

Par suite le point A appartient au cercle de diamètre $[BC]$

Ainsi le point A appartient au cercle $(\mathcal{C})$



Dans la suite de l'exercice, **M** désigne un point du cercle $(\mathcal{C})$ différent de **B** et **C**.

3) On pose : $z_M = x + iy$ avec x et y deux réels.

On note Ω le centre de $(\mathcal{C})$.

a) Vérifier que $z_\Omega = 1 + \frac{1}{2}i$ et calculer ΩA .

3) a- On a Ω le centre du cercle de diamètre $[BC]$

Donc Ω est le milieu de $[BC]$

$$D'où z_\Omega = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1 - 2i + 1 + 3i}{2} = \frac{2 + i}{2} = 1 + \frac{1}{2}i$$

$$\text{Ainsi } z_\Omega = 1 + \frac{1}{2}i.$$

$$\Omega A = |Z_A - Z_\Omega| = \left| 3 - i - 1 - \frac{1}{2}i \right| = \left| 2 - \frac{3}{2}i \right| = \sqrt{2^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

b) Montrer que $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$.

b- $(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre $[BC]$ donc il est de rayon $\Omega A = \frac{5}{2}$

Or $M \in (\mathcal{C})$ donc $\Omega M = \frac{5}{2}$

$$\text{donc } |Z_M - Z_\Omega| = \frac{5}{2}$$

$$\text{donc } \left| x + iy - 1 - \frac{1}{2}i \right| = \frac{5}{2}$$

$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre Ω et de rayon $\frac{5}{2}$

$$d'où (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\text{donc } \left| (x-1) + \left(y - \frac{1}{2}\right)i \right| = \frac{5}{2}$$

$$\text{donc } \sqrt{(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{d'où } (x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

- 4) Soit **H** le projeté orthogonal du point **M** sur la droite **(BC)** et on désigne par **S** l'aire du triangle **MBC**.

a) Justifier que $z_H = 1 + iy$.

$$a- \text{Aff}(\overrightarrow{BC}) = Z_C - Z_B = (1 + 3i) - (1 - 2i) = 5i$$

Donc **(BC)** est parallèle à l'axe $(O; \vec{v})$

Or $H \in (BC)$ d'où $\text{Re}(Z_H) = \text{Re}(Z_B) = \text{Re}(Z_C) = 1$

On a **H** est le projeté orthogonal du point **M** sur la droite **(BC)**

Donc **(MH)** est perpendiculaire à **(BC)**

D'où **(MH)** est perpendiculaire à l'axe $(O; \vec{v})$

par suite **(MH)** est parallèle à l'axe $(O; \vec{u})$

alors $\text{Im}(Z_H) = \text{Im}(Z_M) = y$

Ainsi $Z_H = 1 + iy$

b) Montrer que $S = \frac{5}{2} |x - 1|$.

On a **H** est le projeté orthogonal du point **M** sur la droite **(BC)**

Donc **HM** est la hauteur du triangle **MBC**

$$\text{Or } HM = |Z_M - Z_H| = |x + iy - 1 - iy| = |x - 1|$$

$$\text{Donc } S = \frac{MH \times BC}{2} = \frac{|x - 1| \times 5}{2} = \frac{5}{2} |x - 1|$$

$$\text{Ainsi } S = \frac{5}{2} |x - 1|$$

c) Déterminer les affixes des points **M** pour lesquels $S = 5$.

$$S = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{2} |x - 1| = 5$$

$$\Leftrightarrow |x - 1| = 2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 2 \text{ ou } x - 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -1$$

$$\text{Or on a : } (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \text{ donc } (2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\text{donc } 4 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\text{donc } \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\text{donc } y - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{9}{4}} \quad \text{ou} \quad y - \frac{1}{2} = -\sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$\text{donc } y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\text{donc } y = 2 \quad \text{ou} \quad y = -1$$

Ainsi les affixes des points M pour lesquels $S = 5$ sont : $Z_1 = 3 + 2i$

$$Z_2 = 3 - i ; Z_3 = -1 + 2i \quad \text{et} \quad Z_4 = -1 - i$$

Exercice 2 (5 points):

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E') : 3x - 4y = 7$.

a) Vérifier que $(1, -1)$ est une solution de (E') .

$$a- 3 \times 1 - 4 \times (-1) = 3 + 4 = 7$$

donc $(1; -1)$ est une solution de (E')

b) Déterminer les couples (x, y) de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ solutions de (E') .

b- $3 \wedge 4 = 1$ donc l'équation admet des solutions

Or $(1; -1)$ est une solution de (E')

$$3x - 4y = 3 \times 1 - 4 \times (-1) \Leftrightarrow 3x - 3 \times 1 = 4y - 4 \times (-1)$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 1) = 4(y + 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ divise } 3(x - 1) \\ 4 \wedge 3 = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Lemme de Gauss}} 4 \text{ divise } (x - 1)k$$

$$\Rightarrow x - 1 = 4k \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = 4k + 1 \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$3(4k + 1 - 1) = 4(y + 1) \Rightarrow 3 \times 4k = 4(y + 1)$$

$$\Rightarrow 3k = y + 1$$

$$\Rightarrow y = 3k - 1 \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - 4y = 3 \times (4k + 1) - 4 \times (3k - 1)$$

$$= 12k + 3 - 12k + 4$$

$$= 7$$

Donc les couples $(4k + 1; 3k - 1)$ avec $k \in \mathbb{Z}$ sont les solutions de (E')

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère les nombres $a_n = 4n^2 + 8n - 3$ et $b_n = 3n^2 + 6n - 4$.

On pose $d_n = \text{PGCD}(a_n, b_n)$.

a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = 4(n^2 + 2n - 1) + 1$ et $b_n = 3(n^2 + 2n - 1) - 1$

et montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, (a_n, b_n) est une solution de (E') .

$$a- a_n = 4n^2 + 8n - 3 = 4n^2 + 8n - 4 + 1 = 4(n^2 + 2n - 1) + 1$$

$$b_n = 3n^2 + 6n - 4 = 3n^2 + 6n - 3 - 1 = 3(n^2 + 2n - 1) - 1$$

donc $a_n = 4k_0 + 1$ et $b_n = 3k_0 - 1$ tel que $k_0 = n^2 + 2n - 1$ ou $n \in \mathbb{N}$
 d'ou $(a_n; b_n)$ est une solution de (E')

b) Montrer que $d_n = 1$ ou $d_n = 7$.

$(a_n; b_n)$ est une solution de (E') donc $3a_n - 4b_n = 7$

$$\left. \begin{array}{l} d_n \text{ divise } a_n \\ d_n \text{ divise } b_n \end{array} \right\} \Rightarrow d_n \text{ divise } 3a_n - 4b_n = 7$$

$$\Rightarrow d_n \in D_7 = \{-7; -1; 1; 7\}$$

Or $d_n > 0$ donc $d_n = 1$ ou $d_n = 7$

3) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n - b_n = (n+1)^2$ et justifier que d_n divise $(n+1)^2$.

$$a- a_n - b_n = 4n^2 + 8n - 3 - 3n^2 - 6n + 4 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

b) Recopier et compléter le tableau suivant.

Reste de la division euclidienne de n par 7	0	1	2	3	4	5	6
Reste de la division euclidienne de $(n+1)^2$ par 7							

Reste de la division euclidienne de n par 7	0	1	2	3	4	5	6
Reste de la division euclidienne de $(n+1)^2$ par 7	1	4	2	2	4	1	0

4) a) Montrer que si $d_n = 7$ alors $n \equiv 6[7]$.

$$a- \left. \begin{array}{l} d_n \text{ divise } a_n \\ d_n \text{ divise } b_n \end{array} \right\} \Rightarrow d_n \text{ divise } a_n - b_n = (n+1)^2$$

donc si $d_n = 7$ alors 7 divise $(n+1)^2$
 d'ou $(n+1)^2 \equiv 0[7]$
 par suite $n \equiv 6[7]$ { d'après le tableau des restes }

b) Montrer que si $n \equiv 6[7]$ alors a_n et b_n sont divisibles par 7.

$$b- n \equiv 6[7] \Rightarrow n^2 \equiv 1[7]$$

$$\Rightarrow 4n^2 \equiv 4[7]$$

Or $8n - 3 \equiv 3[7]$ donc $a_n \equiv 0[7]$
 d'ou a_n est divisible par 7

$$3n^2 \equiv 3[7] \text{ et } 6n - 4 \equiv 4[7] \text{ donc } b_n \equiv 0[7]$$

d'ou b_n est divisible par 7

Ainsi si $n \equiv 6[7]$ alors a_n et b_n sont divisible par 7

c) Déterminer d_n suivant les valeurs de n .

c- On a $d_n = 1$ ou $d_n = 7$

Or si $n \equiv 6 [7]$ alors a_n et b_n sont divisible par 7

donc d_n divise 7

d'où $d_n = 7$

si n n'est pas congru à 6 modulo 7 alors $d_n = 1$

Exercice 3 (4 points):

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = e^{-n} U_n \end{cases} ; n \in \mathbb{N}.$$

1) a) Calculer U_1 et U_2 .

1) a- $U_1 = e^{-1} U_0 = e^{-1} = \frac{1}{e}$

$$U_2 = e^{-1} U_1 = e^{-1} \times e^{-1} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

b) Montrer par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 0$.

b- On a $U_0 = 1 > 0$

Soit $n \in \mathbb{N}$: Supposons que $U_n > 0$

Montrons que $U_{n+1} > 0$

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $e^{-n} > 0$ or $U_n > 0$ donc $e^{-n} U_n > 0$
d'où $U_{n+1} > 0$

Ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n > 0$

c) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $e^{-n} \leq 1$ et montrer que (U_n) est décroissante.

c- pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $n \geq 0$ alors $-n \leq 0$

donc $e^{-n} \leq e^0$

d'où $e^{-n} \leq 1$

Or pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n > 0$ donc $e^{-n} U_n \leq U_n$

d'où $U_{n+1} \leq U_n$

Ainsi (U_n) est une suite décroissante

d) Montrer que la suite (U_n) est convergente.

d- (U_n) est une suite décroissante minorée par 0

donc elle est convergente

2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \ln(U_n)$.

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_{n+1} - V_n = -n$.

2) a- Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_{n+1} - V_n = \ln(U_{n+1}) - \ln(U_n)$

$$\begin{aligned} V_{n+1} - V_n &= \ln(U_{n+1}) - \ln(U_n) = \ln(e^{-n} U_n) - \ln(U_n) \\ &= \ln(e^{-n}) + \ln(U_n) - \ln(U_n) \\ &= \ln(e^{-n}) = -n \end{aligned}$$

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_{n+1} - V_n = -n$

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = \frac{-n(n-1)}{2}$.

b- Montrons par récurrence

On a pour $n = 0$: $V_0 = \ln(U_0) = 0 = \frac{-0 \times (0-1)}{2}$

Soit $n \in \mathbb{N}$: Supposons que $V_n = \frac{-n(n-1)}{2}$

Montrons que $V_{n+1} = \frac{-(n+1)n}{2}$

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= V_n - n \\ &= \frac{-n(n-1)}{2} - n \\ &= \frac{-n(n-1) - 2n}{2} \\ &= \frac{-n(n-1+2)}{2} \\ &= \frac{-n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

Ou par itération

$$V_1 - V_0 = -0$$

$$V_2 - V_1 = -1$$

$$V_n - V_{n-1} = -(n-1)$$

$$V_n - V_0 = -0 - 1 \dots - (n-1)$$

$$V_n = -(1 + 2 \dots + (n-1))$$

$$V_n = \frac{-n(n-1)}{2}$$

Ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = \frac{-n(n-1)}{2}$

3) a) Donner l'expression de U_n en fonction de n .

3) a- Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = \ln(U_n) \Rightarrow U_n = e^{V_n}$
 $\Rightarrow U_n = e^{\frac{-n(n-1)}{2}}$

b) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

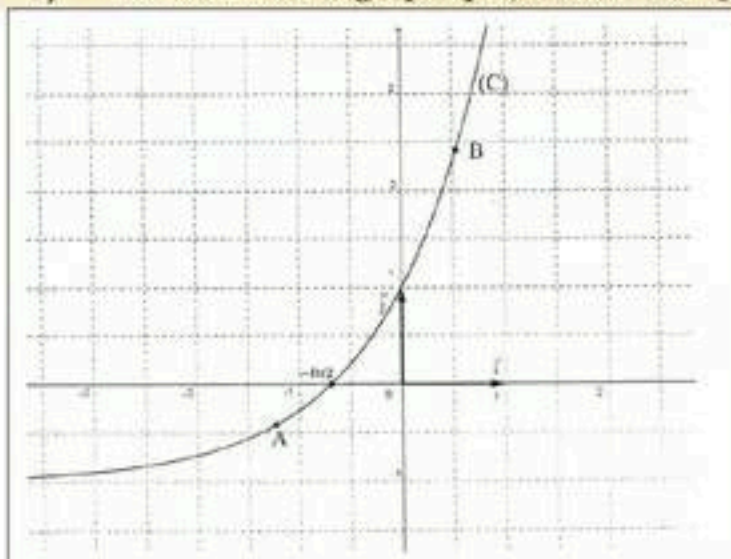
b- On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n(n+1)}{2} = -\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{-n(n-1)}{2}} = 0$

d'ou $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$

Exercice 4 (6 points):

On donne dans l'annexe jointe, la courbe (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^x - 1$.

1) En utilisant le graphique, déterminer $g(-\ln 2)$ et donner le signe de g sur $\mathbb{R}$.



$$1) g(-\ln 2) = 0$$

g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

si $x \leq -\ln 2$ alors $g(x) \leq g(-\ln 2) = 0$

si $x \geq -\ln 2$ alors $g(x) \geq g(-\ln 2) = 0$

Donc

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$+\infty$
$g(x)$		ϕ	$+$

2) On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^x(e^x - 1)$ et on note (Γ) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.

$$2) a- \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x(e^x - 1) = 0 \text{ car } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

Donc (Γ) admet une asymptote horizontale d'équation $\Delta: y = 0$

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ce résultat.

$$b- \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x(e^x - 1) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \frac{e^x}{x} (e^x - 1) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

Donc (Γ) admet branche parabolique de direction $(O; \vec{j})$ au voisinage de $(+\infty)$

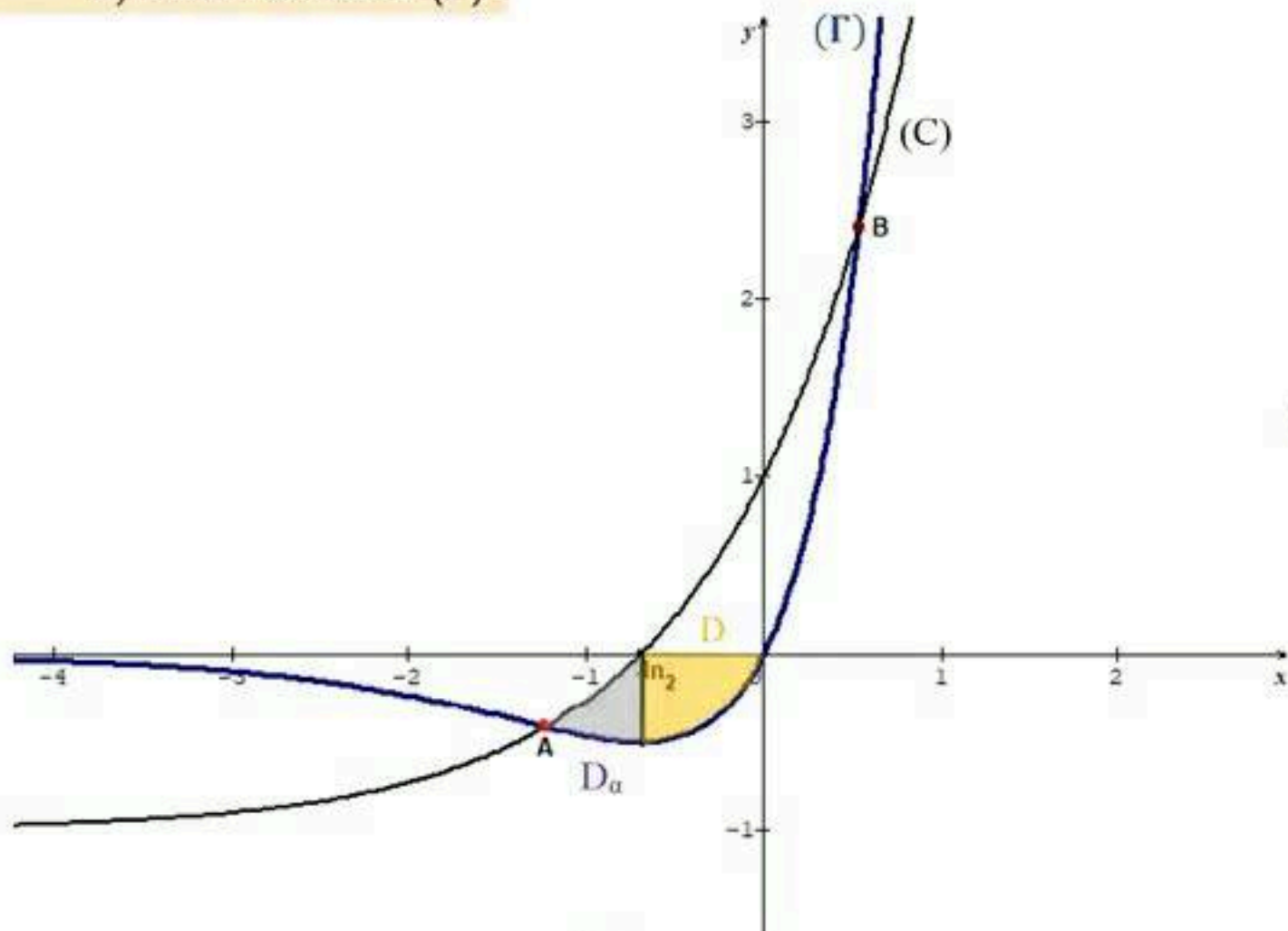
3) a) Montrer que $f'(x) = 2e^x g(x)$ pour tout réel x .

$$\begin{aligned} 3) a- \text{ Pour tout } x \in \mathbb{R} \text{ on a : } f'(x) &= 2(e^x)'(e^x - 1) + 2e^x(e^x - 1)' \\ &= 2e^x(e^x - 1) + 2e^x e^x \\ &= 2e^x(e^x - 1 + e^x) \\ &= 2e^x(2e^x - 1) \\ &= 2e^x g(x) \end{aligned}$$

b) Vérifier que $f(-\ln 2) = -\frac{1}{2}$ et donner le tableau de variation de f .

$$b- f(-\ln 2) = 2e^{-\ln 2}(e^{-\ln 2} - 1) = 2 \times \frac{1}{e^{\ln 2}} \times \left(\frac{1}{e^{\ln 2}} - 1\right) = 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{1}{2}$$

c) Tracer la courbe (Γ) .



5) Soit I l'aire du domaine D du plan limité par la courbe (Γ) , l'axe $(O, \vec{i})$ et les droites d'équations $x = -\ln 2$ et $x = 0$.

a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}(f'(x) - g'(x))$ pour tout réel x .

$$\begin{aligned}
 a- \text{ Pour tout } x \in \mathbb{R} \text{ on a : } \frac{1}{2}[f'(x) - g'(x)] &= \frac{1}{2}[2e^x(2e^x - 1) - 2e^x] \\
 &= \frac{1}{2}[4(e^x)^2 - 2e^x - 2e^x] \\
 &= \frac{1}{2}[4(e^x)^2 - 4e^x] \\
 &= 2(e^x)^2 - 2e^x \\
 &= 2e^x(e^x - 1)
 \end{aligned}$$

$$\text{donc } f(x) = \frac{1}{2}[f'(x) - g'(x)]$$

b) Montrer que $I = \frac{1}{4}$.

$$\begin{aligned}
 b- I &= \int_{-\ln 2}^0 |f(x)| dx \\
 &= - \int_{-\ln 2}^0 f(x) dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I &= - \int_{-\ln 2}^0 \frac{1}{2} [f'(x) - g'(x)] dx \\
 &= - \frac{1}{2} [f(x) - g(x)]_{-\ln 2}^0 \\
 &= - \frac{1}{2} [(f(0) - g(0)) - (f(-\ln 2) - g(-\ln 2))] \\
 &= - \frac{1}{2} \left[(0 - 1) - \left(-\frac{1}{2} - 0\right) \right] \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

c) Pour tout réel $\alpha < -\ln 2$, on note I_α l'aire du domaine D_α du plan limité par la courbe (Γ) , l'axe $(O, \vec{i})$ et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = -\ln 2$.

Montrer que $I_\alpha = \frac{1}{2}(f(\alpha) - g(\alpha)) + \frac{1}{4}$.

$$\begin{aligned}
 c- I_\alpha &= \int_{\alpha}^{-\ln 2} |f(x)| dx \\
 &= - \int_{\alpha}^{-\ln 2} f(x) dx \\
 &= \int_{-\ln 2}^{\alpha} \frac{1}{2} [f'(x) - g'(x)] dx \\
 &= \frac{1}{2} [f(x) - g(x)]_{-\ln 2}^{\alpha} \\
 &= \frac{1}{2} [(f(\alpha) - g(\alpha)) - (f(-\ln 2) - g(-\ln 2))] \\
 &= \frac{1}{2} \left[(f(\alpha) - g(\alpha)) - \left(-\frac{1}{2} - 0\right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} [f(\alpha) - g(\alpha)] + \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

d) En déduire que $I_\alpha = I$ si et seulement si $\alpha = \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

$$\begin{aligned}
 d- I_\alpha = I &\Leftrightarrow \frac{1}{2} [f(\alpha) - g(\alpha)] + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \\
 &\Leftrightarrow f(\alpha) - g(\alpha) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \alpha = \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \text{ ou } \alpha = \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \text{ \{ d'après 4)a- \}} \\
 &\Leftrightarrow \alpha = \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \text{ car } \alpha < 0
 \end{aligned}$$

e) Hachurer les domaines D et D_α pour $\alpha = \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

e- Voir l'annexe