

SECTION : ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 2 h

COEFFICIENT : 2

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

I – Soit la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x) = x^2 e^{-x}$

1) La limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$ est égale à

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$.

2) La fonction dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par

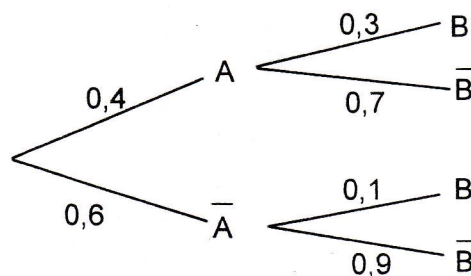
- a) $f'(x) = 4x e^{-x}$ b) $f'(x) = -x^2 e^{-x}$ c) $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$.

II– Une expérience aléatoire est représentée

par l'arbre pondéré ci-contre où A et B

sont deux événements et $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont

leurs événements contraires respectifs.



1) La probabilité de l'événement $A \cap B$ est égale à

- a) 0,12 b) 0,7 c) 0,3.

2) La probabilité de l'événement B est égale à

- a) 0,4 b) 0,18 c) 0,03.

Exercice 2 : (5 points)

Soit les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{e} u_n + e - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = u_n - e.$$

1) a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$.

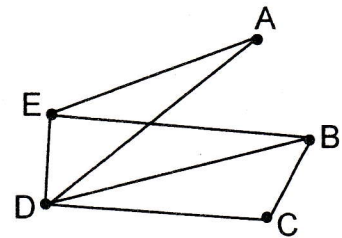
b) Exprimer v_n en fonction de n .

c) Déterminer la limite de la suite (v_n) .

2) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 3 : (5 points)

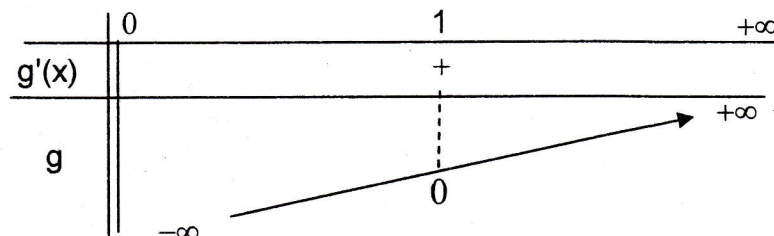
Soit le graphe G ci-contre :



- 1) a) Donner le degré du sommet B du graphe G.
b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.
- 2) a) Prouver que G admet au moins une chaîne eulérienne.
b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.
- 3) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique. Donner la matrice M associée au graphe G.

Exercice 4 : (6 points)

- 1) On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$.



Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

- 2) On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique est 1 cm).

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1))$ et interpréter graphiquement le résultat.
- 3) a) Démontrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 4) a) Etudier la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite D d'équation $y = x - 1$.
b) Tracer D et $(\mathcal{C})$.
c) Calculer en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la droite D, la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$.