



Correction Examen du Baccalauréat 2023

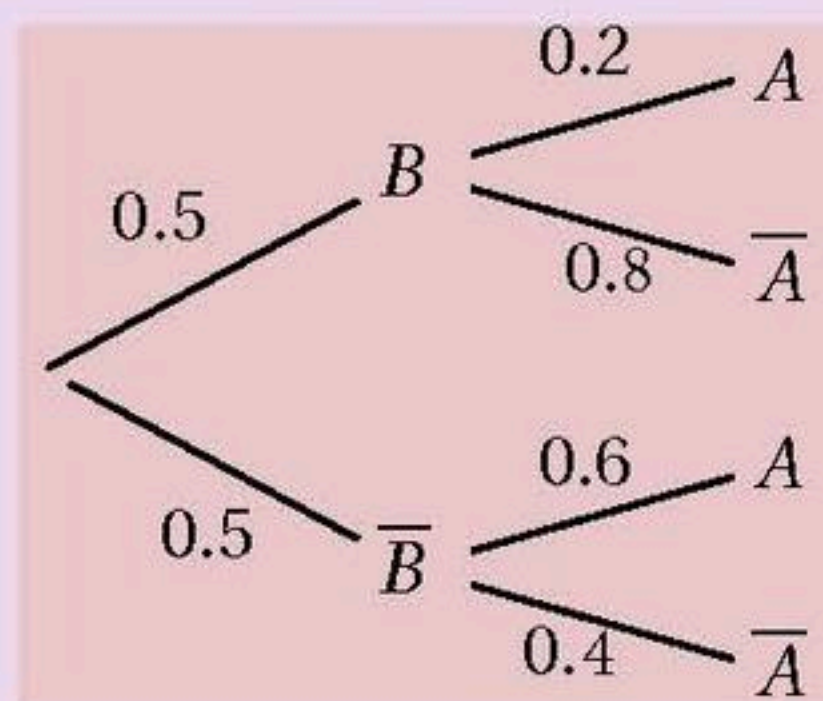
Section : Économie et Gestion

Coefficient de l'épreuve : 2

Exercice n 1 (4.5 points)

- 1 a $p(A) = \frac{40}{100} = 0.4$ et $p(B) = \frac{50}{100} = 0.5$.
 b $p(A \cap B) = p(B) \times p(A/B) = 0.5 \times 0.2 = 0.1$
 c $p(B/A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} = \frac{0.1}{0.4} = 0.25$

- 2 a $p(A/\bar{B}) = \frac{p(A \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)}$
 b



- 3 a X suit une loi binomiale de paramètre $n = 5$ et $p = p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.5 \times 0.4 = 0.2$
 b $p(X = 2) = C_5^2 (0.2)^2 \times (0.8)^3 = 0.2048$

Exercice n 2 (4.5 points)

- 1 a $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 9 \neq 0$ donc A est inversible

b $A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = 9I_3$ donc $A^{-1} = \frac{1}{9}B$

- 2 a on a : $\frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2} = \frac{a(x-1)^2 + b(x+2)(x-1) + c(x+2)}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{a(x^2 - 2x + 1) + b(x^2 + x - 2) + c(x+2)}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{(a+b)x^2 + (b-2a+c)x + (a-2b+2c)}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 6x - 11}{(x+2)(x-1)^2}$
 Ainsi $(a+b)x^2 + (b-2a+c)x + (a-2b+2c) = 2x^2 - 6x - 11$. Par identification : a , b et c vérifiant le système

$$(S) : \begin{cases} a + b = 2 \\ -2a + b + c = -6 \\ a - 2b + 2c = -11 \end{cases}$$

$$b) (S) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$c) (S) \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -11 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = A^{-1} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \text{ donc } a = 1, b = 1 \text{ et } c = -5$$

$$3) I = \int_3^6 \frac{2x^2 - 6x - 11}{(x+2)(x-1)^2} dx = \int_3^6 \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} - \frac{5}{(x-1)^2} \right) dx. \text{ On pose } f(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} - \frac{5}{(x-1)^2},$$

f est continue sur $[3,6]$ et $F(x) = \ln(x+2) + \ln(x-1) + \frac{5}{x-1}$ est une primitive de f sur $[3,6]$ d'où

$$I = F(6) - F(3) = \ln 8 + \ln 5 + 1 - \ln 5 - \ln 2 - \frac{5}{2} = 3\ln 2 - \ln 2 - \frac{3}{2} = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$$

Exercice n 3 (6 points)

$$1) a) g(1) = 0$$

x	0	1	4
$g(x)$	-	0	+

b) (Γ) traverse sa tangente en I : sur $]0,1[$ $\mathcal{D}$ au dessus de (Γ) et sur $[1,4]$ $\mathcal{D}$ au dessous de (Γ)

ou bien $F''(x) = f'(x) = g(x)$ donc

x	0	1	4
$F''(x) = g(x)$	-	0	+

Donc I est un point d'inflexion de la courbe (Γ)

$$2) a) f\left(\frac{1}{e}\right) = F'\left(\frac{1}{e}\right) = 0 \text{ (tangente horizontale à } (\Gamma) \text{ au point d'abscisse } \frac{1}{e}) \text{ et } f(e) = F'(e) = 0 \text{ (tangente horizontale à } (\Gamma) \text{ au point d'abscisse } e)$$

$$b) f(1) = F'(1) = \frac{3-0}{0-3} = -1 = \text{pente de la tangente } \mathcal{D} \text{ à } (\Gamma) \text{ en } I \text{ qui passe par les points de coordonnées } (0,3) \text{ et } (3,0)$$

c)

x	$\frac{1}{e}$	1	e
$f'(x) = g(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	-1	0

$$3) a) \mathcal{A} = \int_1^e |g(x)| dx = \int_1^e f'(x) dx = [f(x)]_1^e = f(e) - f(1) = 0 - (-1) = 1(ua)$$

$$b) \int_1^e f(x)g(x) dx = \int_1^e f(x)f'(x) dx = \left[\frac{1}{2}f^2(x) \right]_1^e = \frac{1}{2}\underbrace{f^2(e)}_0 - \frac{1}{2}\underbrace{f^2(1)}_1 = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$4) a) F\left(\frac{1}{e}\right) = 1 + \frac{4}{e} \text{ et } F(e) = 1$$

$$b) \bar{f} = \frac{1}{e - \frac{1}{e}} \int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx = \frac{F(e) - F\left(\frac{1}{e}\right)}{e - \frac{1}{e}} = \frac{1 - 1 - \frac{4}{e}}{\frac{e^2 - 1}{e}} = \frac{-\frac{4}{e}}{\frac{e^2 - 1}{e}} = \frac{4}{1 - e^2}$$

Exercice n 4 (5 points)

1) a) $M = (m_{ij})_{1 \leq i, j \leq 5}$, comme $m_{15} = 1 \neq m_{51} = 0$ donc (G) est orienté

b) Le nombre d'arêtes du graphe (G) est $n = d^+A + d^+B + d^+C + d^+D + d^+E = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 11$

c)

Sommet	A	B	C	D	E
d^+	3	2	2	2	2
d^-	2	2	2	3	2
$d^+ - d^-$	+1	0	0	-1	0

d) (G) est connexe et $d^+ - d^- = 0$ pour tous les sommets sauf pour A et D : $d^+A - d^-A = +1$ et $d^+D - d^-D = -1$ donc (G) admet une chaîne orientée eulérienne de A vers D

e) **Figure 3** : ne correspond pas à (G) car le nombre d'arêtes est $10 \neq 11$.

Figure 1 : ne correspond pas à (G) car de E on peut sortir vers A alors que dans la matrice M , $m_{51} = 0$. Ainsi la **figure 2** est celle de (G)

2) a) Dans la matrice $M^4 = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq 5}$, $a_{41} = 2$ donc Le nombre de chaînes orientées de longueur 4 reliant D à A est 2

b) **Exemple** : $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow A$ ou $D \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

3) a) $d^+A - d^-A = 1 \neq 0$ donc (G) n'admet pas de cycle orienté

b) Il suffit d'ajouter une arête de D vers A ($D \rightarrow A$). On obtient ainsi : $d^+ - d^- = 0$ pour tous les sommets de (G) et par suite (G) est un graphe orienté eulérien de même ordre. (C'est à dire (G) admet au moins un cycle orienté eulérien)