

MATHS CONTROLE 2020.

Correction du sujet de maths de la session
de contrôle 2020

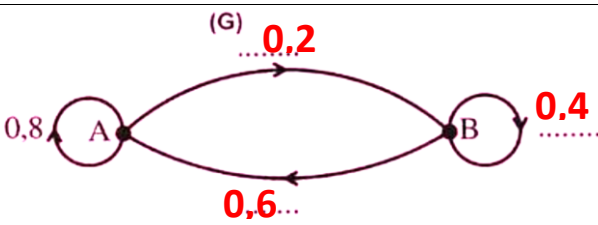
Section :
Economie
& Gestion

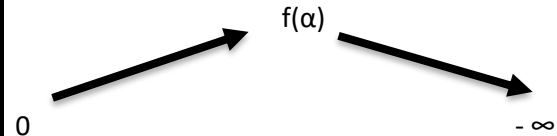


JUILLET 2020	CORRECTION SESSION CONTROLE	4°ECO. GEST.
-------------------------------	--	-------------------------------



EXERCICE N°1.		5 pts.
1°/ a)	$* \det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -18$ $* \det(A) \neq 0 \rightarrow A \text{ est inversible.}$	
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -5 & 1 \\ -5 & 1 & 7 \\ 1 & 7 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = 18 \cdot I_3 \Leftrightarrow A \cdot \left(\frac{1}{18}B\right) = I_3 \Leftrightarrow A^{-1} = \frac{1}{18}B = \begin{pmatrix} \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \\ -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} \end{pmatrix}$	
2°/ a)	situation : $\begin{cases} C_1 \text{ a payé } 1584^{DT} \text{ pour } 11j \text{ de } V_1, 3j \text{ de } V_2 \text{ et } 7j \text{ de } V_3. \\ C_2 \text{ a payé } 1818^{DT} \text{ pour } 3j \text{ de } V_1, 7j \text{ de } V_2 \text{ et } 11j \text{ de } V_3. \\ C_3 \text{ a payé } 1566^{DT} \text{ pour } 7j \text{ de } V_1, 11j \text{ de } V_2 \text{ et } 3j \text{ de } V_3. \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (3x + 8 \cdot 0,75x) + (3y) + (3z + 3 \cdot 0,75z) = 1584 \\ (3x) + (3y + 4 \cdot 0,75y) + (3z + 8 \cdot 0,75z) = 1818 \\ (3x + 4 \cdot 0,75x) + (3y + 8 \cdot 0,75y) + (3z) = 1566 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y + 6z = 1584 \\ 3x + 6y + 9z = 1818 \\ 6x + 9y + 3z = 1566 \end{cases}$ $\Leftrightarrow (S) : \begin{cases} 3x + y + 2z = 528 \\ x + 2y + 3z = 606 \\ 2x + 3y + z = 522 \end{cases}$	
b)	$(S) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 528 \\ 606 \\ 522 \end{pmatrix}$	
c)	$(S) \Leftrightarrow A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 528 \\ 606 \\ 522 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 528 \\ 606 \\ 522 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \\ -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 528 \\ 606 \\ 522 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 \\ 90 \\ 120 \end{pmatrix}$ $S_{IR}^3 = \{(66, 90, 120)\}$	
d)	Soit p le tarif de location de la voiture par jour. On a : $3p + 27 \times 0,75p = 2092,5 \Leftrightarrow 23,25p = 2092,5$ $\Leftrightarrow p = 90$: la personne a choisi la voiture V_2.	
EXERCICE N°2.		4 pts.

1°/ a)	(G) 																														
b)	$M = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$																														
2°/ a)	(a_1, b_1) : la probabilité que le spot soit (allumé, éteint) au 1^{er} intervalle [19:00 ; 19:15[Or à 19h tous les spots sont allumés $\rightarrow (a_1, b_1) = (1, 0)$																														
b)	La probabilité que le spot soit éteint à 20:13 est b_5 ($\in 5^{\text{ème}}$ intervalle : [20:00 , 20:15[) Or : $(a_5, b_5) = (a_1, b_1) \cdot M^4 =$ $(1 \ 0) \begin{pmatrix} \frac{3}{4} + \frac{1}{4}(\frac{1}{5})^4 & \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(\frac{1}{5})^4 \\ \frac{3}{4} - \frac{3}{4}(\frac{1}{5})^4 & \frac{1}{4} + \frac{3}{4}(\frac{1}{5})^4 \end{pmatrix} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}(\frac{1}{625}) \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(\frac{1}{625}) \right)$ $= \left(\frac{1876}{2500} \quad \frac{624}{2500} \right) \quad \rightarrow b_5 = 0,2496$ $= (0,7504 \quad 0,2496)$																														
c)	Soit $P = (x, y)$ la matrice traduisant l'état stable On a : $x + y = 1$ et $P \cdot M = P$ $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8x + 0,6y = x \\ 0,2x + 0,4y = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2x = 0,6y \\ 0,2x = 0,6y \end{cases}$ Or $y = 1 - x \rightarrow 0,2x = 0,6(1 - x) \Leftrightarrow 0,8x = 0,6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$ et $y = \frac{1}{4}$ $P = \left(\frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} \right) = (0,75 \quad 0,25)$																														
EXERCICE N°3.				5 pts.																											
1°/	<table><tr><th>X</th><th>Y</th></tr><tr><td>1</td><td>1800</td></tr><tr><td>2</td><td>1700</td></tr><tr><td>3</td><td>1600</td></tr><tr><td>4</td><td>1550</td></tr><tr><td>5</td><td>1420</td></tr><tr><td>6</td><td>1400</td></tr><tr><td>7</td><td>1300</td></tr><tr><td>8</td><td>1200</td></tr></table>	X	Y	1	1800	2	1700	3	1600	4	1550	5	1420	6	1400	7	1300	8	1200	1/	<table><tr><td>a)</td><td>$r_1 =$</td><td>-0.995</td></tr><tr><td>b)</td><td>$D_1 :$</td><td>$y = -82.5x + 1867.5$</td></tr><tr><td>c)</td><td>en 2024 $\Leftrightarrow x=13$</td><td>$y = 795$ DT/ht</td></tr></table>	a)	$r_1 =$	-0.995	b)	$D_1 :$	$y = -82.5x + 1867.5$	c)	en 2024 $\Leftrightarrow x=13$	$y = 795$ DT/ht	
X	Y																														
1	1800																														
2	1700																														
3	1600																														
4	1550																														
5	1420																														
6	1400																														
7	1300																														
8	1200																														
a)	$r_1 =$	-0.995																													
b)	$D_1 :$	$y = -82.5x + 1867.5$																													
c)	en 2024 $\Leftrightarrow x=13$	$y = 795$ DT/ht																													
2°/	<table><tr><th>X</th><th>Z</th></tr><tr><td>1</td><td>780</td></tr><tr><td>2</td><td>800</td></tr><tr><td>3</td><td>850</td></tr><tr><td>4</td><td>900</td></tr><tr><td>5</td><td>950</td></tr><tr><td>6</td><td>1000</td></tr><tr><td>7</td><td>1012</td></tr><tr><td>8</td><td>1060</td></tr></table>	X	Z	1	780	2	800	3	850	4	900	5	950	6	1000	7	1012	8	1060	2/	<table><tr><td>a)</td><td>$r_2 =$</td><td>0.994</td></tr><tr><td>b)</td><td>$D_2 :$</td><td>$z = 41.905x + 730.429$</td></tr><tr><td>c)</td><td>en 2024 $\Leftrightarrow x=13$</td><td>$z = 1275,191$ DT/ht</td></tr></table>	a)	$r_2 =$	0.994	b)	$D_2 :$	$z = 41.905x + 730.429$	c)	en 2024 $\Leftrightarrow x=13$	$z = 1275,191$ DT/ht	
X	Z																														
1	780																														
2	800																														
3	850																														
4	900																														
5	950																														
6	1000																														
7	1012																														
8	1060																														
a)	$r_2 =$	0.994																													
b)	$D_2 :$	$z = 41.905x + 730.429$																													
c)	en 2024 $\Leftrightarrow x=13$	$z = 1275,191$ DT/ht																													

3°/	<table><tr><td>3/</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Z > X</td><td><=></td><td>41,905x+730,429</td><td>></td><td>-82,5x+1867,5</td></tr><tr><td></td><td><=></td><td>124,405x</td><td>></td><td>1137,071</td></tr><tr><td></td><td><=></td><td>x</td><td>></td><td>9,14</td></tr><tr><td>de x~ 10</td><td></td><td colspan="3">à partir de 2021</td></tr></table>				3/					Z > X	<=>	41,905x+730,429	>	-82,5x+1867,5		<=>	124,405x	>	1137,071		<=>	x	>	9,14	de x~ 10		à partir de 2021			
3/																														
Z > X	<=>	41,905x+730,429	>	-82,5x+1867,5																										
	<=>	124,405x	>	1137,071																										
	<=>	x	>	9,14																										
de x~ 10		à partir de 2021																												
EXERCICE N°4.					6 pts.																									
1°/	$A = \int_0^1 f'(x)dx = [f(x)]_0^1 = f(1) - f(0) = 3.Ln2 - 4.Ln1 = Ln8 \text{ (u.a.)}$																													
2°/ a)	$f'(\alpha) = 0$																													
b)	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+++</td><td>0</td><td>----</td></tr><tr><td>$f'(x)-4$</td><td></td><td>-----</td><td></td></tr></table>				x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	+++	0	----	$f'(x)-4$		-----															
x	0	α	$+\infty$																											
$f'(x)$	+++	0	----																											
$f'(x)-4$		-----																												
3°/	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (4-x).Ln(1+x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-x}{x}.Ln(1+x) = -\infty$ Interprétation graphique : la courbe (C) de f admet au voisinage de $+\infty$ une Branche Parabolique Infinie de direction // à l'axe $(o,\vec{j})$.																													
4°/ a)	$f(0)$ $= (4) \cdot Ln(1)$ $= 0$	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+++</td><td>0</td><td>----</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>$f(\alpha)$</td><td></td></tr></table> 			x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	+++	0	----	f(x)		$f(\alpha)$															
x	0	α	$+\infty$																											
$f'(x)$	+++	0	----																											
f(x)		$f(\alpha)$																												
b)	$T : \begin{cases} x \geq 0 \\ y = f'(0).(x-0) + f(0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 4.(x-0) + 0 = 4x \end{cases}$																													
4°/ a)	$g'(x) = f'(x) - 4 \leq 0 \rightarrow g \text{ est } \searrow \text{ sur } [0 ; +\infty[$																													
b)	$g(0) = f(0) - 0 = 0$ alors $g(x) \leq g(0) \Leftrightarrow f(x) \leq 4x : (C) \text{ est situé au dessous de } T.$																													
c)	