

SECTION :

ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE :

MATHEMATIQUES

DUREE :2h

COEFFICIENT : 2

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est correcte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La limite d'une suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 0,1 + (0,5)^n$ est égale à .

a) 0,1

2) La suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = -\ln(1 + n)$ est

b) décroissante

3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2$ et $z_B = 3i$.

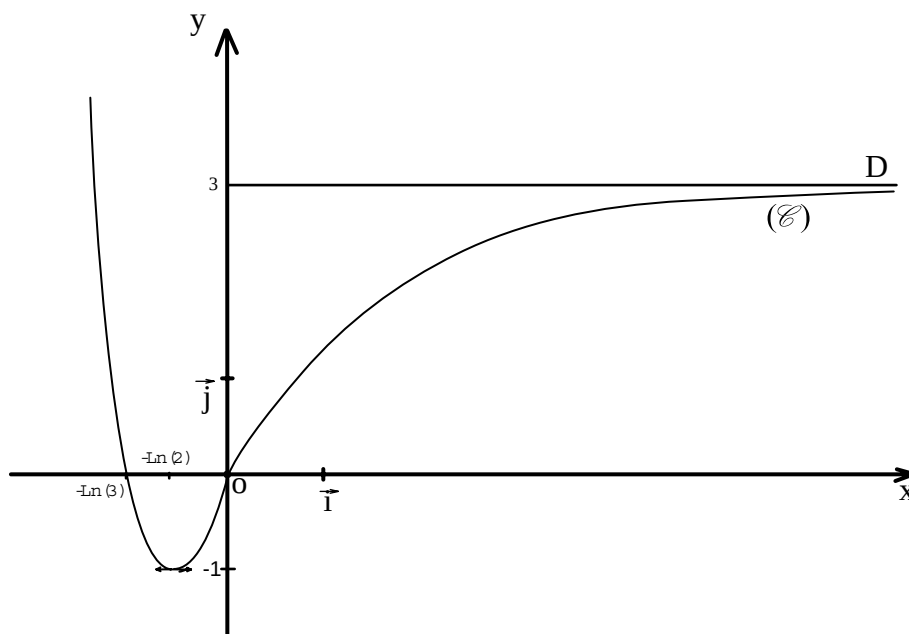
L'affixe du point C tel que OACB soit un rectangle est

c) $z_C = 2 + 3i$

Exercice 2 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



- La droite D d'équation $y = 3$ est une asymptote à $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$.
- $\mathcal{C}$ admet au voisinage de $-\infty$, une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.
- $\mathcal{C}$ admet une seule tangente horizontale.

1) Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

a) $f(0) = 0$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$.

c)

x	$-\infty$	$-\ln(2)$	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	-1	3

2) On pose pour tout réel x, $f(x) = e^{-2x} - 4e^{-x} + 3$.

a) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + 4e^{-x} + 3x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ car pour tout réel x on a $F'(x) = e^{-2x} - 4e^{-x} + 3$

b) L'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation : $x = -\ln(3)$ est :

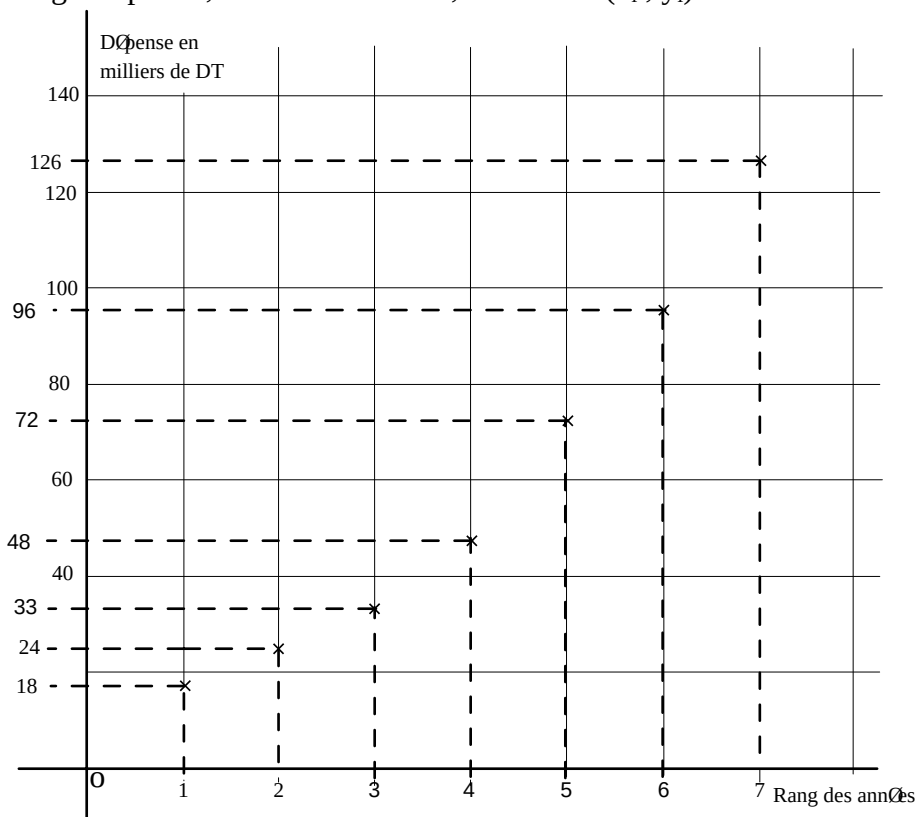
$$\mathcal{A} = -\int_{-\ln(3)}^0 f(x)dx = \left[\frac{1}{2}e^{-2x} - 4e^{-x} - 3x \right]_{-\ln(3)}^0 = \frac{1}{2} - 4 - \frac{5}{2} + 12 - 3\ln(3) = (4 - 3\ln(3)) \text{ u.a}$$

Exercice 3 : (5 points)

Le tableau suivant indique les dépenses annuelles en énergie électrique d'une usine de 2001 à 2007.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Dépense en milliers de DT : y_i	18	24	33	48	72	96	126

1) Compléter le nuage de points, donnée en annexe, de la série (x_i, y_i) .



2) Le nuage obtenu permet d'envisager un ajustement exponentiel.

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les résultats seront arrondis à 10^{-2} près).

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$Z_i = \ln(y_i)$	2,89	3,17	3,49	3,87	4,27	4,56	4,84

b) $z = 0,34x + 2,53$

c) $y = e^{0,34x+2,53} = 12,55 \times e^{0,34x}$.

d) En 2008 , $x = 8$ donc $y = e^{0,34 \times 8 + 2,53} = 12,55 \times e^{0,34 \times 8} = 190,51$ DT

Exercice 4 : (6 points)

1) On considère le système (S):
$$\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$$

a) La matrice M du système (S) est $M = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

b) Démontrer que la matrice M est inversible et que sa matrice inverse est la matrice

$$M^{-1} \times M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \times 5 + (-1) \times 1 + 1 \times 2 & 0 & 0 \\ 1 \times 5 - 1 \times 1 - 2 \times 2 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} \times 5 + \frac{4}{3} \times 1 + 1 \times 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$$

donc M^{-1} est l'inverse de M.

c) Le système (S) est équivalent à $M \times X = Y$ c'est-à-dire

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 235 \\ 65 \\ 80 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 235 \\ 65 \\ 80 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}. \text{ Par suite}$$

$$S_{\mathbb{R}^3} = \{15, 10, 10\}$$

2) Le tableau suivant indique les frais de fabrication en matière, main d'œuvre et frais divers pour chaque unité des différents types de produits A, B et C.

Type de produit \ Unité du type	A	B	C
Frais de fabrication			
Matière premier en DT	5	7	9
main d'œuvre en DT	1	2	3
Frais divers en DT	2	2	3

Les frais de tous les produits fabriqués en une journée donnée sont les suivants :

- Matière première : 235 DT
- main d'œuvre : 65 DT
- Frais divers : 80 DT

On désigne par x le nombre de produit du type A , y le nombre de produit du type B et z le nombre de produit du type C. On aura donc le système (S) définie dans la question précédente, donc $x = 15$, $y = 10$ et $z = 10$.