

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2013	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 3 H
	Coefficient : 3
Section : Sciences Techniques	SESSION PRINCIPALE

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice 1 (3 points)

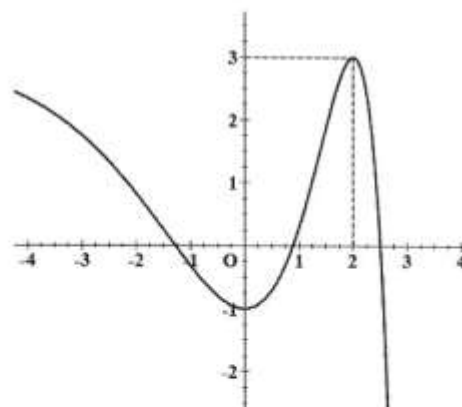
Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

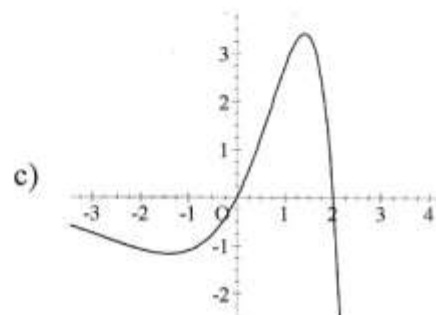
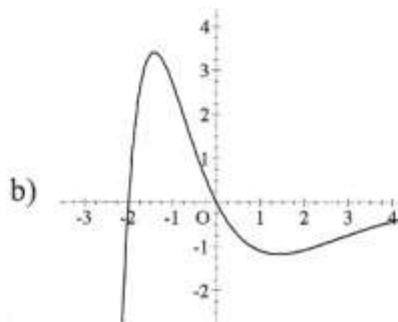
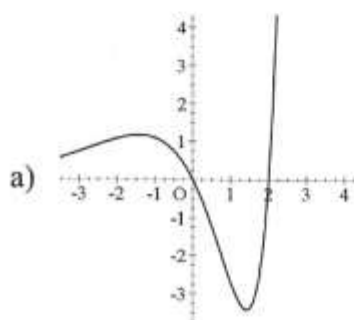
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence d'une réponse vaut 0 point.

- I. On a tracé ci-contre, dans un repère orthonormé, la courbe d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.



- 1) La courbe représentative de la fonction dérivée f' de f dans un repère orthonormé est



- 2) L'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f' , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ est égale à

a) 4

b) 3

c) 6

II. Soit , dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 + 2(1+i)z + \sqrt{13} - 2\sqrt{3}i = 0$;
On note z_1 et z_2 les solutions de (E).

1) Une mesure de $\arg(z_1 + z_2)$ est

a) $\frac{\pi}{4}$

b) $\frac{3\pi}{4}$

c) $\frac{5\pi}{4}$

2) Le module de $z_1 \cdot z_2$ est égal à :

a) 5

b) 1

c) 25

Exercice 2 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A (4 , 2 , 2), B (5 , -2 , 3) et C (1 , 1 , 1) et la droite $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = 1 + 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$

On désigne par (P) le plan passant par A et perpendiculaire à la droite Δ .

1) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est $2x + y + 2z - 14 = 0$.

b) Vérifier que $B \in (P)$ et que $C \notin (P)$.

c) Vérifier que $C \in \Delta$ et que $A \notin \Delta$.

2) Soit le point D (3 , 2 , 3).

a) Montrer que D est le projeté orthogonal du point C sur le plan (P) .

b) Montrer que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.

c) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ABCD.

3) a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ et en déduire la distance d du point D à la droite (AB).

b) Vérifier que $\mathcal{V} = \frac{AB \times d \times CD}{6}$.

Exercice 3 (5 points)

1) a) Vérifier que $(2 + 2i)^2 = 8i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2(1+i)z - 6i = 0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3 + 3i$, $z_B = -1 - i$ et $z_C = (1 - 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})i$

a) Vérifier que $z_C - z_A = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (z_B - z_A)$.

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

3) Soient le point Ω d'affixe $z_{\Omega} = 1 + i$ et le point D symétrique du point C par rapport à Ω .

- Vérifier que Ω est le milieu du segment $[AB]$.
- Placer les points A, B, Ω , C et D.
- Montrer que le quadrilatère ACBD est un losange.
- Calculer l'aire de ce losange.

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) Déterminer les coordonnées des points E et F intersections de la courbe (C) avec, respectivement, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

3) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion K dont on déterminera les coordonnées.

c) Tracer la courbe (C).

4) On pose $I_0 = \int_{-2}^2 e^{-t} dt$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $I_n = \int_{-2}^2 (t+2)^n e^{-t} dt$.

a) Montrer que $I_0 = e^2 - \frac{1}{e^2}$.

b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{4^{n+1}}{e^2}.$$

c) Calculer I_1 et I_2 .

5) On désigne par (D) le domaine du plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 2$.

a) Hachurer le domaine (D).

b) Soit $\mathcal{V}$ volume du solide de révolution engendré par la rotation de (D) autour de l'axe des abscisses. Calculer $\mathcal{V}$.