

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point.

1) La forme algébrique de $(3 - 2i)^2$ est :

- a) $-5 + 12i$ b) $5 - 12i$ c) $5 + 12i$.

2) La forme exponentielle de $(-1 - i\sqrt{3})$ est :

- a) $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ b) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ c) $2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) Soit dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - (1 + 5i)z + 10i = 0$.

- a) La somme des racines de (E) est égale à $-1 - 5i$.
b) Le produit des racines de (E) est égal à $10i$.
c) $2i$ est une racine de l'équation (E).

Exercice 2 (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

A $(1, -4, 0)$, B $(4, -1, 3)$, C $(4, -4, -3)$ et D $(-2, 2, -3)$.

1) a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

2) Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan ABC.

4) a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égal à 27.

b) Calculer l'aire du triangle BCD.

c) En déduire la distance du point A au plan (BCD).

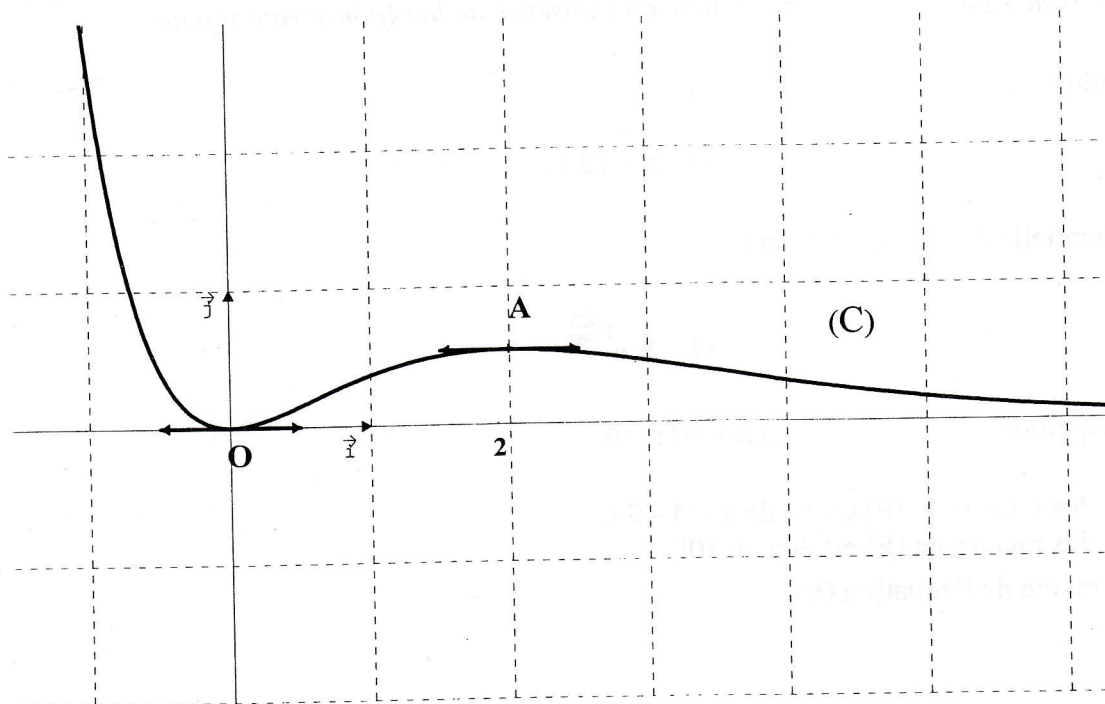
Exercice 3 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I- On a représenté ci-dessous la courbe représentative (C) d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On sait que la courbe (C) admet :

- Une asymptote d'équation $y = 0$ au voisinage de $+\infty$ et une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.
- Seulement deux tangentes horizontales, l'une au point O et l'autre au point A $(2, 4e^{-2})$.



En utilisant le graphique :

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) Déterminer, suivant la valeur du paramètre réel m , le nombre des solutions de l'équation: $f(x) = m$.

II- On suppose que la fonction f est définie par : $f(x) = x^2 e^{-x}$. On note f' la fonction dérivée de f .

1) Vérifier que, pour tout réel x , $f'(x) = 2x e^{-x} - f(x)$

2) Soit $I = \int_0^2 x e^{-x} dx$ et $J = \int_0^2 f(x) dx$.

a) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $I = 1 - 3e^{-2}$.

b) En utilisant II-1), montrer que $J = 2I - \int_0^2 f'(x) dx$.

c) En déduire la valeur de J et interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 4 (4 points)

On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et d'une boîte contenant trois jetons blancs et deux jetons rouges, tous indiscernables au toucher.

- 1) On lance le dé une seule fois et on observe le numéro de la face supérieure de ce dé.

Soit les événements :

E : «obtenir un numéro supérieur ou égal à 5» .

$\bar{E}$: l'événement contraire de E .

Déterminer la probabilité de chacun des événements E et $\bar{E}$.

- 2) On lance le dé une seule fois.

- Si l'événement E est réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 2 jetons de la boîte.
- Si l'événement E n'est pas réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 3 jetons de la boîte.

Soit l'événement A : « obtenir un seul jeton blanc ».

On note : $p(A / E)$ la probabilité de l' événement : A sachant que l' événement E est réalisé.

$p(A / \bar{E})$ la probabilité de l' événement : A sachant que l' événement $\bar{E}$ est réalisé .

a) Vérifier que $p(A / E) = \frac{3}{5}$ et que $p(A / \bar{E}) = \frac{3}{10}$.

b) En déduire la probabilité de l'événement A .

c) Soit D l' événement «obtenir 2 jetons rouges».

En utilisant un arbre pondéré, calculer la probabilité de D .