

|                                                                                      |                                    |                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| <b>REPUBLIQUE TUNISIENNE</b><br><b>EXAMEN DE BACCALAUREAT</b><br><b>SESSION 2020</b> | <b>Session principale</b>          |                                          |
|                                                                                      | <b>Epreuve :<br/>Mathématiques</b> | <b>Section :<br/>Sciences Techniques</b> |
|                                                                                      | <b>Durée : 3 h</b>                 | <b>Coefficient de l'épreuve : 3</b>      |

**Exercice n° 1**
**4 points**

On considère deux urnes  $U_1$  et  $U_2$  contenant des boules indiscernables au toucher.

- L'urne  $U_1$  contient trois boules blanches et deux boules noires.
- L'urne  $U_2$  contient une boule blanche et deux boules noires.

Une épreuve consiste à tirer au hasard une boule de  $U_1$  et la mettre dans  $U_2$ , puis tirer au hasard une boule de  $U_2$  et la mettre dans  $U_1$ .

Soient les événements :

$B_1$  : « La boule tirée de  $U_1$  est blanche » et  $B_2$  : « La boule tirée de  $U_2$  est blanche ».

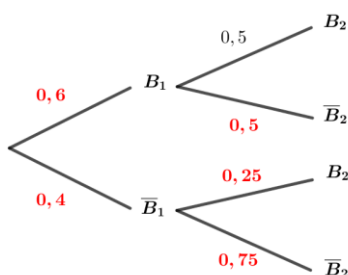
1) a) Vérifier que  $P(B_2 / B_1) = 0,5$ .

1) a) Si la boule tirée de  $U_1$  est blanche alors l'urne  $U_2$  contient 4 boules dont 2 sont blanches donc

$$p(B_2 / B_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

b) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous associé à cette épreuve.

b)



c) Montrer que  $P(B_2) = 0,4$ .

$$c) p(B_2) = p(B_2 \cap B_1) + p(B_2 \cap \overline{B_1}) = 0,5 \times 0,6 + 0,25 \times 0,4 = 0,4$$

d) Sachant que la boule tirée de l'urne  $U_2$  est blanche, qu'elle est la probabilité que la boule tirée de  $U_1$  soit blanche ?

$$d) p(B_1 / B_2) = \frac{p(B_2 \cap B_1)}{p(B_2)} = \frac{0,5 \times 0,6}{0,4} = 0,75$$

2) Soit l'événement  $E$  : « La boule tirée de  $U_1$  est blanche et la boule tirée de  $U_2$  est noire ».

Vérifier que  $P(E) = 0,3$ .

$$2) p(E) = p(B_1 \cap \overline{B_2}) = 0,6 \times 0,5 = 0,3$$

3) Calculer la probabilité de l'événement  $F$  : « A la fin de l'épreuve, la répartition des boules dans les deux urnes reste inchangée ».

$$3) p(F) = p(B_1 \cap B_2) + p(\overline{B_1} \cap \overline{B_2}) = 0,6 \times 0,5 + 0,4 \times 0,75 = 0,6$$

4) On désigne par  $X$  la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules noires restant dans l'urne  $U_2$  à la fin de l'épreuve.

a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

$$a) X(E) = \{1, 2, 3\}$$

|              |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|
| $x_i$        | 1   | 2   | 3   |
| $p(X = x_i)$ | 0,3 | 0,6 | 0,1 |

b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

$$b) E(X) = 1 \times 0,3 + 2 \times 0,6 + 3 \times 0,1 = 0,66$$

## Exercice n° 2

5 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$A(2, 0, 2)$ ,  $B(2, 1, 1)$ ,  $C(1, 2, 1)$  et  $E(-1, -1, 0)$ .

1) a) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .

$$1) a) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

b) Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$b) A_{ABC} = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2} \sqrt{1+1+1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2) a) Montrer que les points A, B, C et E sont non coplanaires.

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) &= (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AE}, & \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \\ (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) &= -3 - 1 - 2 = -6 \neq 0 \text{ d'où A, B, C et E sont non coplanaires.} \end{aligned}$$

b) Calculer le volume du tétraèdre EABC.

$$b) V_{EABC} = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})| = 1$$

c) Montrer que la distance du point E au plan (ABC) est égale à  $2\sqrt{3}$ .

$$c) d(E, (ABC)) = \frac{3V_{EABC}}{A_{ABC}} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

3) Soit  $\Delta$  la droite passant par E et perpendiculaire au plan (ABC).

a) Vérifier que le système 
$$\begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R},$$
 est une représentation paramétrique de  $\Delta$ .

3)a)  $\Delta$  perpendiculaire au plan (ABC) donc le vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  normal à (ABC) est directeur de  $\Delta$

Et comme  $E(-1, -1, 0) \in \Delta$  Ainsi une représentation paramétrique de  $\Delta$  est 
$$\begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

b) Vérifier que le point  $I(1, 1, 2)$  appartient à  $\Delta$ .

b) 
$$\begin{cases} 1 = -1 + \alpha \\ 1 = -1 + \alpha \\ 2 = \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \alpha = 2 \\ \alpha = 2 \end{cases} \text{ d'où } I(1, 1, 2) \in \Delta$$

c) Montrer que le point I est le centre du cercle ( $\Gamma$ ) circonscrit au triangle ABC.

c)  $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AI} = (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{i} + \vec{j}) = 1 + 1 = 2 \neq 0$  donc A, B, C et I ne sont pas coplanaires et par suite  $I \notin (ABC)$

sf  $IA = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$

$$IB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$IC = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

D'où  $IA = IB = IC$  ainsi I est le centre du cercle ( $\Gamma$ ) circonscrit au triangle ABC.

4) Soit S l'ensemble des points  $M(x, y, z)$  de l'espace vérifiant :  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 12 = 0$ .

a) Montrer que S est la sphère de centre E et de rayon  $\sqrt{14}$

$$\begin{aligned} 4) a) \quad M(x, y, z) \in S &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + z^2 - 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14 \end{aligned}$$

D'où S est la sphère de le point  $E(-1, -1, 0)$  et de rayon  $R = \sqrt{14}$

b) Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère S suivant le cercle  $\Gamma$ .

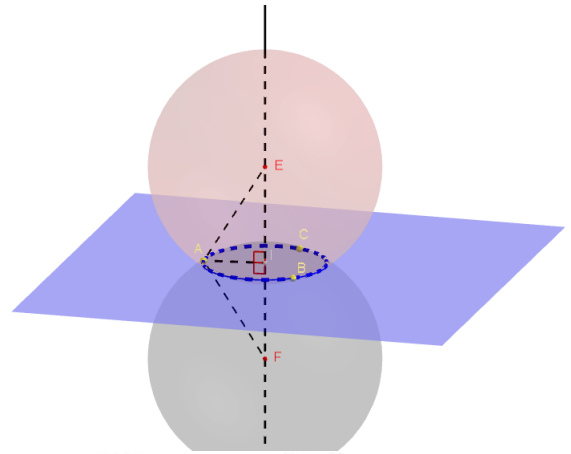
b)  $EA = \sqrt{3^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{14} = R$  donc  $A \in S$ .

$$EB = \sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{14} = R \text{ donc } B \in S.$$

$$EC = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14} = R \text{ donc } C \in S$$

Donc A, B et C  $\in S \cap (ABC)$  d'où (ABC) coupe S suivant le cercle circonscrit au triangle ABC.

Ainsi  $S \cap (ABC) = (\Gamma)$



5) Soient  $F$  le point défini par  $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$  et  $S'$  la sphère de centre  $F$  et de rayon  $\sqrt{14}$ .  
Montrer que le plan  $(ABC)$  coupe la sphère  $S'$  suivant le cercle  $\Gamma$ .

5)  $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$  donc  $I$  est le milieu de  $[EF]$  donc  $F \in \Delta$ .

D'autre part  $\Delta$  est perpendiculaire au plan  $(ABC)$  et passe par  $I$  le centre de  $\Gamma$  circonscrit au triangle  $ABC$  d'où  $\Delta$  est l'axe du cercle  $\Gamma$ . Ainsi  $FA = FB = FC$ .

$$FA = \sqrt{IF^2 + IA^2} = EA = \sqrt{14} \text{ de même } FB = FC = \sqrt{14}$$

Ainsi  $A, B$  et  $C \in S'$ .

Donc  $A, B$  et  $C \in S' \cap (ABC)$  d'où  $(ABC)$  coupe  $S'$  suivant le cercle  $\Gamma$  circonscrit au triangle  $ABC$ .

**Autre méthode :** Déterminer les coordonnées de  $F$  puis Montrer que  $A, B$  et  $C \in S'$ .

### Exercice n° 3

5 points

1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation,  $z^3 - \sqrt{2}(1+i)z - 1+i = 0$ .

$$1) \Delta = (-\sqrt{2}(1+i))^2 - 4(-1+i) = 4i + 4 - 4i = 4 \text{ donc } \delta = 2$$

$$\text{Les solutions sont : } z_1 = \frac{\sqrt{2}(1+i) + 2}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } z_2 = \frac{\sqrt{2}(1+i) - 2}{2} = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\mathbb{C}} = \{z_1, z_2\}$$

2) Soit dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E) :  $z^3 - \sqrt{2}(2+i)z^2 + (1+3i)z + \sqrt{2}(1-i) = 0$ .

a) Vérifier que  $\sqrt{2}$  est une solution de (E).

$$\begin{aligned} 2) a) \sqrt{2}^3 - \sqrt{2}(2+i)\sqrt{2}^2 + (1+3i)\sqrt{2} + \sqrt{2}(1-i) &= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2i\sqrt{2} + \sqrt{2} + 3i\sqrt{2} + \sqrt{2} - i\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 3i\sqrt{2} + 3i\sqrt{2} = 0 \end{aligned}$$

Donc  $\sqrt{2}$  est une solution de (E).

b) Montrer que pour tout nombre complexe  $z$ ,

$$z^3 - \sqrt{2}(2+i)z^2 + (1+3i)z + \sqrt{2}(1-i) = (z - \sqrt{2})(z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1+i).$$

$$a) (z - \sqrt{2})(z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1+i) = z^3 - \sqrt{2}(1+i)z^2 + (-1+i)z - \sqrt{2}z^2 + 2(1+i)z + \sqrt{2} - i\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
&= z^3 + (-\sqrt{2}(1+i) - \sqrt{2})z^2 + (-1+i+2+2i)z + \sqrt{2}(1-i) \\
&= z^3 - \sqrt{2}(2+i)z^2 + (1+3i)z + \sqrt{2}(1-i)
\end{aligned}$$

**c) Résoudre alors l'équation (E).**

$$\begin{aligned}
c) \quad z^3 - \sqrt{2}(2+i)z^2 + (1+3i)z + \sqrt{2}(1-i) &= 0 \Leftrightarrow (z - \sqrt{2})(z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1+i) = 0 \\
&\Leftrightarrow z - \sqrt{2} = 0 \quad \text{ou} \quad z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1+i = 0 \\
&\Leftrightarrow z = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad z = z_1 \quad \text{ou} \quad z = z_2
\end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{C}} = \{\sqrt{2}, z_1, z_2\}$$

**3) On considère, dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , les points**

**A, B d'affixes respectives :  $z_A = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $z_B = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ .**

**a) Montrer que  $z_B = i(\sqrt{2}-1)z_A$ .**

$$\begin{aligned}
3) \quad a) \quad i(\sqrt{2}-1)z_A &= i(\sqrt{2}-1)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = i\left(\sqrt{2} + 1 + i - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\
&= i\left(i\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = z_B
\end{aligned}$$

**b) En déduire que le triangle OAB est rectangle en O.**

b)  $z_B = i(\sqrt{2}-1)z_A \Leftrightarrow \frac{z_B}{z_A} = i(\sqrt{2}-1)$  ainsi  $\frac{z_{\overline{OB}}}{z_{\overline{OA}}}$  est imaginaire pur. et par suite  $\overline{OA} \perp \overline{OB}$  donc OAB est rectangle en O.

**4) a) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [AB] et le mettre sous forme exponentielle.**

$$4) \quad a) \quad z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}$$

**b) Construire le point I dans la figure1 de l'annexe ci jointe.**

**5) Soit  $(\zeta)$  le cercle circonscrit au triangle OAB.**

**a) Montrer que I est le centre de  $(\zeta)$ .**

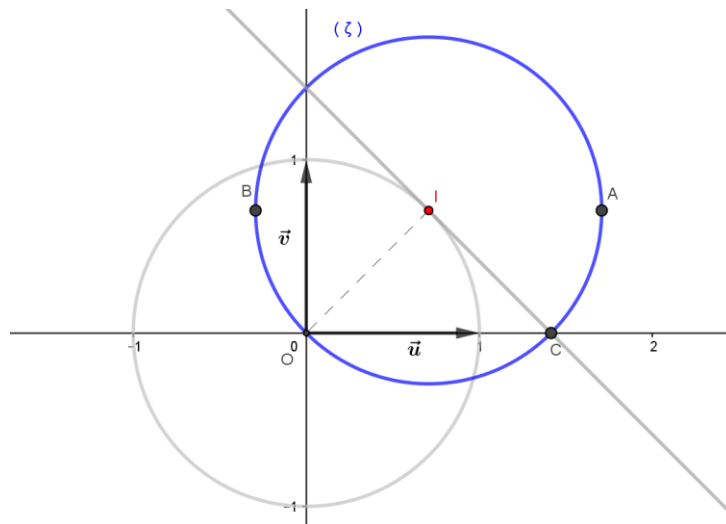
5) a) Le triangle OAB est rectangle en O donc le centre du cercle  $(\zeta)$  est le milieu I de [AB].

**b) Montrer que la droite (AI) est parallèle à l'axe des abscisses.**

$$\frac{\text{aff}(\overrightarrow{IA})}{\text{aff}(\vec{u})} = \frac{z_A - z_I}{1} = z_A - \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{z_A - z_B}{2} = 1 \in \mathbb{R}$$

Donc  $\overrightarrow{IA}$  et  $\vec{u}$  sont colinéaires et par suite la droite (AI) est parallèle à l'axe des abscisses.

**c) Construire les points A et B dans la figure1 de l'annexe ci jointe.**



6) La perpendiculaire à la droite (OI) et passant par le point I coupe la droite (O,  $\vec{u}$ ) en un point C.

Déterminer l'affixe de C.

Le triangle IOC est rectangle en I et  $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OI}) = (\vec{u}, \overrightarrow{OI}) + 2k\pi = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  ( car  $\arg(z_I) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  )

Donc IOC est rectangle et isocèle en I d'où  $OC = OI\sqrt{2} = \sqrt{2}$  Comme  $z_C \in \mathbb{R}_+$  donc  $z_C = \sqrt{2}$

#### Exercice n° 4

6 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^{2x} - 2e^x + 2$ .

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat.

1) a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - 2e^x + 2 = 2$ . La courbe (C) de  $f$  admet au voisinage de  $-\infty$  une asymptote d'équation  $y = 2$ .

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (e^x - 2) + 2 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} (e^x - 2) + \frac{2}{x} = +\infty$$

La courbe (C) admet au voisinage de  $+\infty$  une branche infinie parabolique de direction celle de  $(O, \vec{j})$ .

2) a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$ .

2) a) La fonction  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x = 2e^x(e^x - 1)$$

b) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

$$b) f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2e^x(e^x - 1) = 0 \Leftrightarrow e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

| x       | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|-----------|
| $f'(x)$ | —         | 0 | +         |
| $f(x)$  | 2         | 1 | $+\infty$ |

3) a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f''(x) = 2e^x(2e^x - 1)$  où  $f''$  désigne la fonction dérivée seconde de  $f$ .

3) a)  $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x$  donc pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f''(x) = 4e^{2x} - 2e^x = 2e^x(2e^x - 1)$

b) En déduire que le point  $A(-\ln 2, \frac{5}{4})$  est un point d'inflexion de la courbe (C).

b)  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2e^x(2e^x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$

| x        | $-\infty$ | $-\ln 2$ | $+\infty$ |
|----------|-----------|----------|-----------|
| $f''(x)$ | -         | 0        | +         |

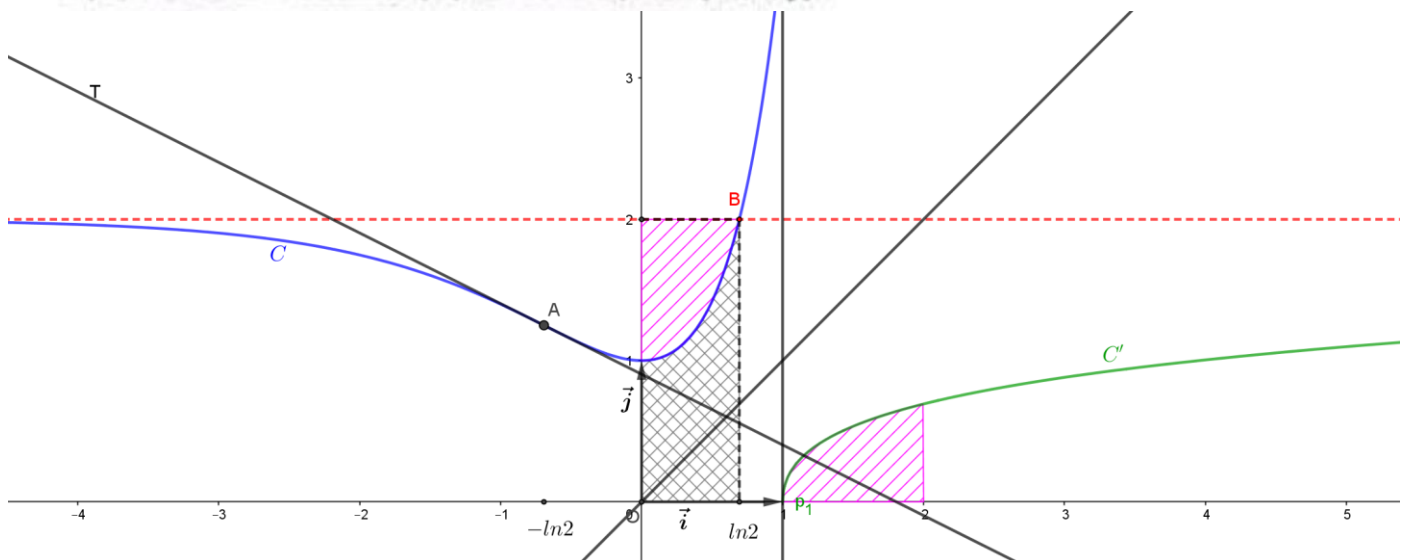
Donc  $f''$  s'annule en changeant de signe en  $-\ln 2$  donc le point  $A(-\ln 2, f(-\ln 2))$  donc  $A(-\ln 2, \frac{5}{4})$  est un point d'inflexion de la courbe (C)

4) On a tracé dans la figure 2 de l'annexe ci-jointe la tangente T à la courbe (C) au point A.

a) Vérifier que le point  $B(\ln 2, 2)$  appartient à la courbe (C) et le construire dans la figure 2.

4) a)  $f(\ln 2) = e^{2\ln 2} - 2e^{\ln 2} + 2 = e^{\ln 4} - 2 \times 2 + 24 - 4 + 2 = 2$  donc le point  $A(\ln 2, 2) \in (C)$

b) Construire la courbe (C) dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .



5) Soit  $\mathcal{A}$  l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = \ln 2$ . Montrer que  $\mathcal{A} = 2\ln 2 - \frac{1}{2}$ .

5)  $\mathcal{A} = \int_0^{\ln 2} f(x) dx = \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 2e^x + 2) dx = \left[ \frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x + 2x \right]_0^{\ln 2}$

$$= \frac{1}{2}e^{2\ln 2} - 2e^{\ln 2} + 2\ln 2 - \left( \frac{1}{2}e^0 - 2e^0 + 0 \right) = 2 - 4 + 2\ln 2 + \frac{3}{2} = 2\ln 2 - \frac{1}{2}$$

**6) Soit g la restriction de f à l'intervalle  $[0, +\infty[$ .**

**a) Montrer que g réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur  $[1, +\infty[$ .**

6) a) Pour tout  $x \in [0, +\infty[$ ,  $g(x) = f(x)$

g est continue et strictement croissante sur  $[0, +\infty[$  donc g réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur

$$g([0, +\infty[) = f([0, +\infty[) = [1, +\infty[$$

**b) Montrer que pour tout  $x \in [1, +\infty[$ ,  $g^{-1}(x) = \ln(1 + \sqrt{x-1})$ .**

b)  $\forall y \in [0, +\infty[, \forall x \in [1, +\infty[, g(y) = x \Leftrightarrow y = g^{-1}(x)$

$$g(y) = x \Leftrightarrow e^{2y} - 2e^y + 2 = x$$

$$\Leftrightarrow (e^y)^2 - 2e^y + 2 = x \text{ on pose } t = e^y \text{ on obtient donc } t^2 - 2t + 2 - x = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(2 - x) = 4x - 4 = 4(x - 1) \geq 0 \text{ car } x \in [1, +\infty[$$

$$\text{Donc } t = \frac{2 - 2\sqrt{x-1}}{2} = 1 - \sqrt{x-1} \text{ ou } t = \frac{2 + 2\sqrt{x-1}}{2} = 1 + \sqrt{x-1} \text{ or } t > 0$$

$$\text{D'où } t = 1 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow e^y = 1 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow y = \ln(1 + \sqrt{x-1})$$

$$\text{Ainsi pour tout } x \in [1, +\infty[, g^{-1}(x) = \ln(1 + \sqrt{x-1})$$

**c) Construire, dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe  $(C')$  de la fonction réciproque  $g^{-1}$  de g.**

**d) En exploitant le graphique, calculer  $\int_1^2 \ln(1 + \sqrt{x-1}) dx$ .**

$$\int_1^2 \ln(1 + \sqrt{x-1}) dx = \int_1^2 g^{-1}(x) dx \text{ c'est l'aire de la partie du plan limitée par la courbe } (C'), \text{ l'axe des}$$

abscisses et les droites d'équations  $x = 1$ ,  $x = 2$  d'autre part l'aire de cette partie du plan est égale à l'aire du

$$\text{partie du plan limitée par la courbe } (C), \text{ la droite d'équation } y = 2 \text{ et les droites d'équations } x = 0 \text{ et } x = \ln 2.$$

$$\text{Donc } \int_1^2 \ln(1 + \sqrt{x-1}) dx = \text{aire de rectangle de cotés } 2 \text{ et } \ln 2 - A = 2\ln 2 - 2\ln 2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$