

Corrigé et barème de notation

Exercice 1 : (4 points)

Questions	Corrigé	Barème	commentaires
I) 1)	b	1	
I) 2)	c	1	
II) 1)	a	1	
II) 2)	b	1	

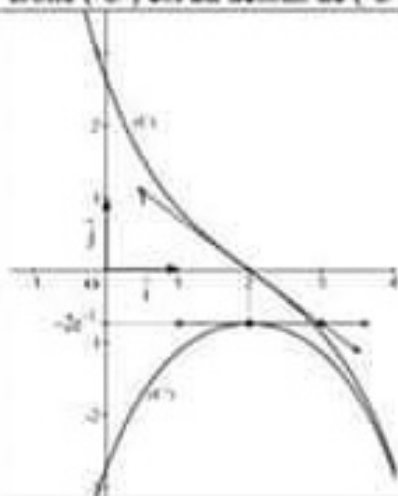
Exercice 2 : (5 points)

Questions	Eléments de réponse		Barème	commentaires
1	a	$(1-i)$ est une solution de l'équation (E)	0.5	
	b	$z_2 = \frac{2\sqrt{3}}{1-i} = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$.	0.5	
2	a	$z_A = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad 1+i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.	0.5	2x0,25
	b	$(i\sqrt{3})z_A = (i\sqrt{3})(1-i) = \sqrt{3} + i\sqrt{3} = z_B$.	0.5	
	c	$z_A + z_B = z_A + i\sqrt{3}z_A = z_A(1+i\sqrt{3})$ $= \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \cdot 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} = z_C$.	0.5	2x0,25
	d	$z_A + z_B = z_C$ Donc OACB est un parallélogramme de plus $\frac{z_B}{z_A} = i\sqrt{3}$ alors $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$ D'où OACB est un rectangle.	0.5	0,25 0,25
	e	A et C	0.5	2x0,25
3	a	G est le centre de gravité du triangle OAI $\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$ $3z_G = z_1 + z_A$ $z_G = \frac{1}{3}(z_1 + z_A)$.	0.5	0,25 0,25
	b	$z_G = \frac{1}{3}(z_1 + z_A) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}z_C + z_A\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}z_A + \frac{1}{2}z_B + z_A\right)$ $= \frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}z_A + \frac{1}{2}i\sqrt{3}z_A\right)$ $z_G = \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3}+i)z_A$.	0.5	0,25 0,25
	c	$z_G = \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3}+i)z_A = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 2e^{i\frac{\pi}{6}} \cdot \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{3}e^{-i\frac{\pi}{12}}$.	0.5	2x0,25

Exercice 3 : (5 points)

Questions		Eléments de réponse	Barème	commentaires
1	a		0.5	Méthode : 0,25 Reste : 0,25
	b	équation cartésienne du plan (ABC) est : $\frac{4}{5}x + \frac{8}{5}y + \frac{8}{5}z - \frac{8}{5} = 0$ $x + 2y + 2z - 2 = 0.$	0.75	Idée correcte : 0,25 Reste : 0,5
2	a	Δ a pour vecteur directeur $\vec{u}_\Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et passe par le point $A(2, -2, 2)$ $\Delta : \begin{cases} x = a + 2 \\ y = 2a - 2; \text{ où } a \in \mathbb{R}. \\ z = 2a + 2 \end{cases}$	0.5	Vecteur : 0,25 Reste : 0,25
	b	$\vec{u}_\Delta \cdot \vec{N}_P \neq 0$ $I \in \Delta$ $I \in P$ Donc la droite Δ coupe le plan P au point $I(3, 0, 4)$.	0.5	Idée correcte : 0,25 (droite et plan sécants) Reste : 0,25
	c	Δ perpendiculaire au plan (ABC) en A Donc le centre de la sphère S est un point de Δ De plus le centre de S est un point du plan P $P \cap \Delta = \{I\}$ Donc I est le centre de la sphère S et de rayon $R = IA = 3$	0.75	Centre : 0,5 Rayon : 0,25
3	a	$\vec{CI} \cdot \vec{CB} = 0$ Donc le triangle CIB est rectangle en C	0.5	Méthode : 0,25 Reste : 0,25
	b	Dans le plan (CIB), le triangle CIB est rectangle en C et J est le milieu de [IB] donc $JB = JC = JI = \frac{IB}{2}$ Dans le plan (ABI), le triangle AIB est rectangle en A et J est le milieu de [IB] donc $JB = JA = JI = \frac{IB}{2}$ Conclusion : $JB = JA = JI = JC = \frac{IB}{2}$ donc les points I, B, A et C appartiennent à la sphère S' de centre J et de rayon $\frac{IB}{2}$.	0.75	Point A : 0,25 Reste : 0,5
	c	A, B et C sont trois points communs à (ABC) et S' donc le plan (ABC) et la sphère S' se coupent selon le cercle circonscrit au triangle ABC. Comme ce dernier est rectangle en C alors l'intersection est le cercle de diamètre [AB].	0.75	S' et (ABC) se coupent suivant un cercle : 0,5 [AB] diamètre : 0,25

Exercice 4 : (6 points)

Questions	Eléments de réponse	Barème	commentaires
1)	a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ Donc (C) admet une BIP de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $(+\infty)$	0,75	
	b $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ Donc (C) admet une BIP de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $(-\infty)$	0,75	
2	a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -e^{-x+1} - e^{x-1}$	0,25	
	b 	0,5	Signe de f' : 0,25 Reste : 0,25
	c $f(2) = 0$; f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ et $f(2) = 0$ donc : pour $x \in]-\infty, 2]$, $f(x) \geq 0$ pour $x \in [2, +\infty[$, $f(x) \leq 0$	0,5	$f(2)$: 0,25 signe de f : 0,25
3	a pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f''(x) = f(x)$.	0,25	
	b f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, f'' s'annule et change de signe en 2 et $f(2) = 0$ Donc le point I est un point d'inflexion de (C)	0,5	
	c $T: y = -2e^{-1}x + 4e^{-1}$ $(3, -2e^{-1})$ est un point de T	0,5	0,25 0,25
4	a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - f'(x) = 2e^{-x+1} > 0$ Donc (C) est au dessus de (C')	0,5	Différence : 0,25 Singe : 0,25
	b 	0,75	3x0,25 Allure de (C) + Point d'inflexion et (T) + Position avec (C')
5	a $A_k = \int_0^k (f(x) - f'(x)) dx = \int_0^k 2e^{-x+1} dx = [-2e^{-x+1}]_0^k = 2e - 2e^{-k+1}$	0,5	2x0,25
	b $\lim_{k \rightarrow +\infty} A_k = \lim_{k \rightarrow +\infty} 2e - 2e^{-k+1} = 2e$	0,25	