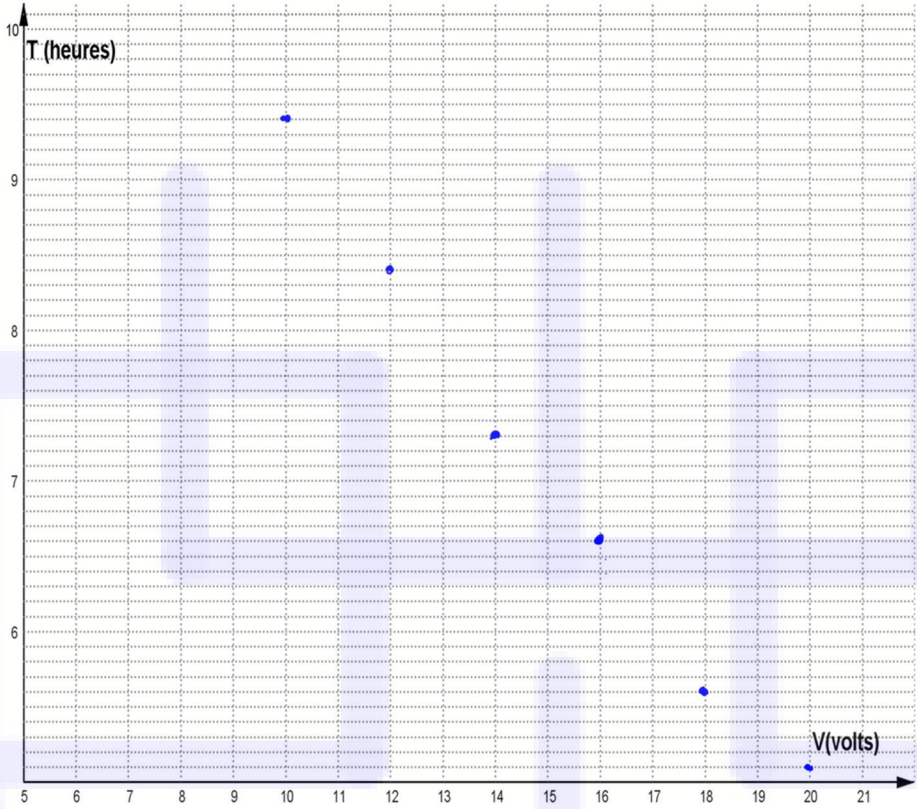


EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2025..	Session de contrôle.....	
	Épreuve : Mathématiques	Section : Sc. Techniques...
	Corrigé et barème de notation	

Une correction proposée par : Wissem Fligène

Exercice 1. (...4... points)

Question	Eléments de réponses	Barème	Commentaires
1) a)			
1) b)	Oui, car le nuage de points a une forme allongée		
2)	$T = aV + b$ avec $a = \frac{\text{cov}(V, T)}{V(V)} = -0,44$ $b = \bar{T} - a\bar{V} = 13,62$ Donc $T = -0,44V + 13,62$		
3)	Pour $V = 17$, $T = -0,44 \times 17 + 13,62 = 6,14$ heures		
4) a)	$P(T \leq 8) = P([5; 8]) = \frac{8-5}{10-5} = \frac{3}{5} = 0,6$		
4) b)	$P(6 \leq T \leq 8) = P([6; 8]) = \frac{8-6}{10-5} = \frac{2}{5} = 0,4$		
4) c)	$P(T \leq 8 T \geq 6) = \frac{P((T \leq 8) \cap (T \geq 6))}{P(T \geq 6)} = \frac{P(6 \leq T \leq 8)}{P([6; 10])}$ $= \frac{0,4}{\frac{10-6}{10-5}} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2} = 0,5$		

Exercice 2 (..... points)

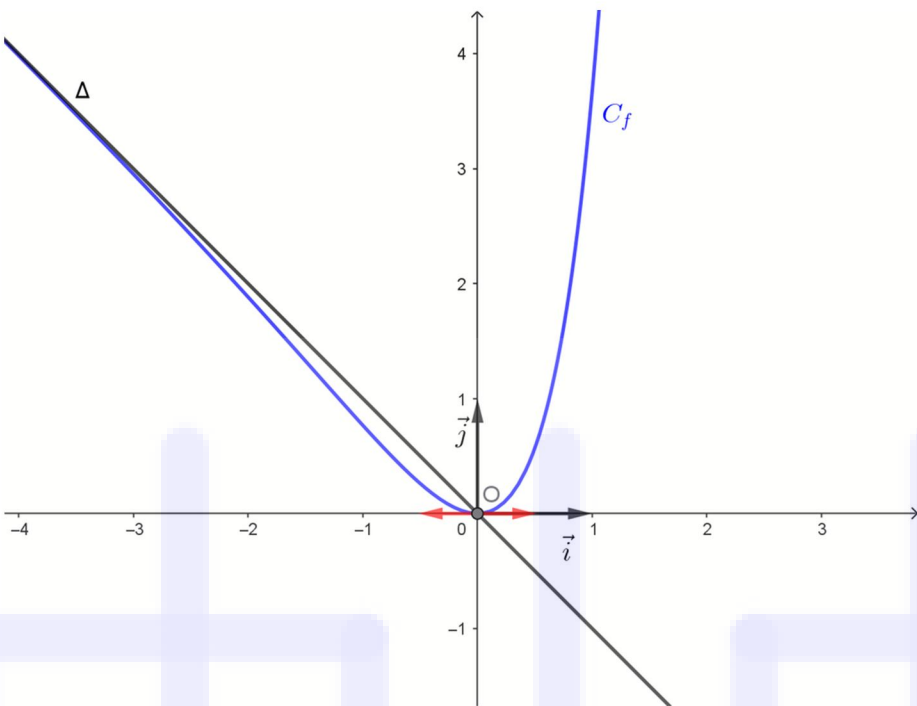
Question	Eléments de réponses	Barème	Commentaires
I) 1)	$(E_\theta) \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = e^{-2i\theta} \Leftrightarrow (z-1)^2 = (e^{-i\theta})^2$		
I) 2)	$(z-1)^2 = (e^{-i\theta})^2 \Leftrightarrow z-1 = e^{-i\theta} \text{ ou } z-1 = -e^{-i\theta}$ $\Leftrightarrow z = 1 + e^{-i\theta} \text{ ou } z = 1 - e^{-i\theta}$ $S_\theta = \{1 + e^{-i\theta}; 1 - e^{-i\theta}\}$		
II) 1) a)	$\frac{z_M + z_N}{2} = \frac{1 + e^{-i\theta} + 1 - e^{-i\theta}}{2} = 1 = z_A$ donc A est le milieu de [MN]		
II) 1) b)	$AM = z_M - z_A = 1 + e^{-i\theta} - 1 = e^{-i\theta} = 1$ donc $M \in \mathcal{C}(A, 1)$ $AN = z_N - z_A = 1 - e^{-i\theta} - 1 = -e^{-i\theta} = 1$ donc $N \in \mathcal{C}(A, 1)$		
II) 1) c)	M et N $\in \mathcal{C}(A, 1)$ et A est le milieu de [MN] donc [MN] est un diamètre de $\mathcal{C}(A, 1)$ AO = $z_A = 1 = 1$ donc O $\in \mathcal{C}(A, 1)$ Donc OMN est un triangle rectangle en O		
II) 2) a)	$OM' = z_{M'} = (1 + i\sqrt{3})z_M = 1 + i\sqrt{3} \times z_M = 2 \times z_M = 2 \cdot OM$		
II) 2) b)	$MM' = z_{M'} - z_M = (1 + i\sqrt{3})z_M - z_M = i\sqrt{3}z_M = i\sqrt{3} \times z_M = \sqrt{3} \cdot OM$		
II) 2) c)	$MM'^2 + OM^2 = (\sqrt{3}OM)^2 + OM^2 = 3 \cdot OM^2 + OM^2 = 4OM^2 = OM'^2$ Donc OMM' est un triangle rectangle en M.		
II) 3) a)	$2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-\frac{i\theta}{2}} = 2 \cdot \frac{e^{\frac{i\theta}{2}} + e^{-\frac{i\theta}{2}}}{2} e^{-\frac{i\theta}{2}} = (e^{\frac{i\theta}{2}} + e^{-\frac{i\theta}{2}}) \cdot e^{-\frac{i\theta}{2}}$ $= e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 1 + e^{-i\theta} = z_M$		
II) 3) b)	$\mathcal{A} = \frac{MM' \times OM}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot OM \times OM}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot OM^2}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot z_M ^2}{2}$ $= \frac{\sqrt{3} \times 4 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2} = 2\sqrt{3} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$		
II) 3) c)	$\mathcal{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ ou } \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ or $\theta \in]0, \pi[$ alors $\frac{\theta}{2} \in]0, \frac{\pi}{2}[$ donc $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) > 0$ d'où $\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$		

Exercice 3 (5 points)

Question	Eléments de réponses	Barème	Commentaires
1) a)	$\vec{IA} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{IB} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$		
1) b)	$\vec{IA} \wedge \vec{IB} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \vec{k}$ $= 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} = 2(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = \vec{u}$		
1) c)	$A(IAB) = \frac{1}{2} \ \vec{IA} \wedge \vec{IB}\ = \frac{1}{2} \ \vec{u}\ = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{3}$		
2) a)	Soit Ω le centre de S S est tangent à Q en B alors B est le projeté orthogonal de Ω sur Q donc $(\Omega B) \perp Q$ $\vec{IB}$ un vecteur normal à Q alors $(IB) \perp Q$ d'où $(\Omega B) \parallel (IB)$ et par suite $\Omega \in (IB)$ S coupe P suivant le cercle $\mathcal{C}(A, r)$ alors A est aussi le projeté orthogonal de Ω sur P donc $(\Omega A) \perp P$ $\vec{IA}$ est un vecteur normal à P alors $(IA) \perp P$ d'où $(\Omega A) \parallel (IA)$ et par suite $\Omega \in (IA)$ Ainsi $\Omega \in (IA) \cap (IB) = \{I\}$ donc $\Omega = I$		
2) b)	S est tangent à Q en B alors $R = IB = \ \vec{IB}\ = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$		
2) c)	S coupe P suivant $\mathcal{C}(A, r)$ alors $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, P)} = \sqrt{R^2 - IA^2}$ or $IA^2 = \ \vec{IA}\ ^2 = 1^2 + (-1)^2 = 2$ donc $r = \sqrt{8-2} = \sqrt{6}$		
2) d)	$S : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8$		
3) a)	On a $\vec{IA} \wedge \vec{IB} = \vec{u} \neq \vec{0}$ donc P et Q sont sécants suivant une droite Δ de vecteur directeur orthogonal au vecteur normal $\vec{IA}$ à P et orthogonal au vecteur normal $\vec{IB}$ à Q donc il est colinéaire à $\vec{IA} \wedge \vec{IB} = \vec{u}$ d'où $\vec{u}$ est aussi un vecteur directeur de Δ .		
3) b)	$\vec{HA} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{HA} \cdot \vec{IA} = -2 \times 1 - 2 \times (-1) + 3 \times 0 = 0$ donc $H \in P$ $\vec{HB} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{HB} \cdot \vec{IB} = -3 \times 0 + 1 \times 2 + 1 \times (-2) = 0$ donc $H \in Q$ d'où $H \in P \cap Q = \Delta$		
3) c)	$\Delta = \mathcal{D}(H, \vec{u}) : \begin{cases} x = 4 + 2\alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -2 + 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$		

Exercice 4 (...6... points)

Question	Eléments de réponses	Barème	Commentaires												
1) a)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - e^x - x = +\infty$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 & -\infty \end{matrix}$														
1) b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (-x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - e^x = 0$ Donc $\Delta: y = -x$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ au vois $(-\infty)$														
1) c)	$f(x) - (-x) = f(x) + x = e^{2x} - e^x = e^x(e^x - 1)$ Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$ alors le signe de $f(x) + x$ dépend de celui de $(e^x - 1)$ $e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td><td style="text-align: center;">$-\infty$</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">$+\infty$</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x) + x$</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">position de $\mathcal{C}_f$ et Δ</td><td style="text-align: center;">$\mathcal{C}_f$ est en dessous de Δ</td><td></td><td style="text-align: center;">$\mathcal{C}_f$ est au dessus de Δ</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f(x) + x$	-	0	+	position de $\mathcal{C}_f$ et Δ	$\mathcal{C}_f$ est en dessous de Δ		$\mathcal{C}_f$ est au dessus de Δ		
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
$f(x) + x$	-	0	+												
position de $\mathcal{C}_f$ et Δ	$\mathcal{C}_f$ est en dessous de Δ		$\mathcal{C}_f$ est au dessus de Δ												
2)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(e^x - 1 + \frac{x}{e^x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(e^x - 1 + \frac{1}{\frac{e^x}{x}} \right) = +\infty$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ +\infty & +\infty & 0 \end{matrix}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} \left(e^x - 1 + \frac{1}{\frac{e^x}{x}} \right) = +\infty$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ +\infty & +\infty & +\infty \end{matrix}$ $\mathcal{C}_f$ admet au voisinage de $(+\infty)$ une branche parabolique de direction $(0, \frac{1}{f})$														
3) a)	$f'(x) = 2e^{2x} - e^x - 1$ $(e^x - 1)(2e^x + 1) = 2e^{2x} + e^x - 2e^x - 1 = 2e^{2x} - e^x - 1$ Donc : $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$														
3) b)	Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $2e^x + 1 > 0$ alors le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $(e^x - 1)$ D'après 1) c) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td><td style="text-align: center;">$-\infty$</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">$+\infty$</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">f</td><td style="text-align: center;">$+\infty$</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">$+\infty$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	f	$+\infty$	0	$+\infty$		
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
f	$+\infty$	0	$+\infty$												
3) c)	0 est un minimum absolu de f alors pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) \geq 0$														

Question	Eléments de réponses	Barème	Commentaires
4)			
5) a)	$A_\lambda = \int_{\lambda}^0 f(x) + x dx = \int_{\lambda}^0 -x - f(x) dx \quad (\text{car } \Delta \text{ au dessus de } \mathcal{C}_f)$ $= \int_{\lambda}^0 x - e^{2x} dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} e^{2x} \right]_{\lambda}^0$ $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{\lambda^2}{2} - \frac{1}{2} e^{2\lambda} \right) = \frac{1}{2} - \frac{\lambda^2}{2} + \frac{1}{2} e^{2\lambda}$ $= \frac{1}{2} (e^{2\lambda} - 2\lambda^2 + 1) = \frac{1}{2} (e^{\lambda} - 1)^2 \quad (\text{u.a})$		
5) b)	$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A_\lambda = \lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \frac{1}{2} (e^{\lambda} - 1)^2 = \frac{1}{2}$		
6) a)	$U_{n+1} - U_n = f(U_n) \geq 0 \quad (\text{d'après 3) c)}) \Rightarrow (U_n) \text{ est croissante}$		
6) b)	On a : (U_n) est croissante alors $U_n \geq U_0$ donc $U_n \geq \alpha > 0$ comme f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$ alors $f(U_n) \geq f(\alpha) \Rightarrow U_{n+1} = U_n + f(U_n) \geq U_n + f(\alpha)$ $\Rightarrow U_{n+1} \geq U_n + f(\alpha)$		
6) c)	• Pour $n=0$ $U_0 = \alpha$ et $\alpha + 0 \cdot f(\alpha) = \alpha$ alors $U_0 \geq \alpha + 0 \cdot f(\alpha)$ • Soit $n \in \mathbb{N}$ Supposons que : $U_n \geq \alpha + n f(\alpha)$ Montrons que : $U_{n+1} \geq \alpha + (n+1) f(\alpha)$ D'après 6) b) on a : $U_{n+1} \geq U_n + f(\alpha)$ alors $U_{n+1} \geq \alpha + n f(\alpha) + f(\alpha)$ donc $U_{n+1} \geq \alpha + (n+1) f(\alpha)$ • Conclusion : pour tout $n \in \mathbb{N} : U_n \geq \alpha + n \cdot f(\alpha)$		
6) d)	$\left. \begin{array}{l} U_n \geq \alpha + n f(\alpha) \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha + n f(\alpha) = +\infty \quad (\text{car } f(\alpha) > 0) \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$		