Devoir synthèse N°2 4 Eco&gestion
Mathématiques

Exercice N°1 (4pts)

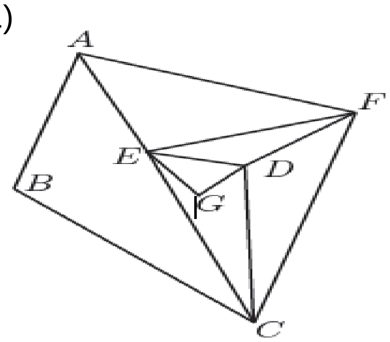
Cocher la bonne réponse

1/la limite de $\frac{Lnx}{x-1}$ en 1 est :

a) 0 **b)** 1 **c)** $+\infty$

2/une primitive de $\frac{x}{x^2+1}$ sur IR est :

a) $Ln(x^2+1)$ **b)** $2\,Ln(x^2+1)$ **c)** $\frac{1}{2}Ln(x^2+1)$



3/ le quel de sous graphe suivant est complet

a) A ,B,C,E **b)** E,F,C,G **c)** E,F,C,D

4/ le nombre chromatique de ce graphe est

a) 4 **b)** 5 **c)** 3

5/ ce graphe admet

a) une chaine eulérienne **b)** un cycle eulérien **c)** ni une chaine eulérienne ni un cycle eulérien

Exercice N°2 (5pts) **(NB : Vous utilisez la calculatrice dans tous vos calculs)**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. le rang x_1=1 est donné pour 2006, la consommation est exprimée en milliers de dinars

Années	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Consommation en milliers de dinars y_i	28.5	35	52	70.5	100.5

1/a)représenter le nuage de points M (x_i ,y_i) dans un repère orthogonal (on prendra : 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour 10 milliers dinars en ordonnées) (1 cm ou un carreau)

b) déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ;le placer dans le repère président

2/on réalise un ajustement linéaire de ce nuage par la droite D d'équation y= 12.5 x+7.3

Déterminer à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2012

3/recopier et compléter le tableau suivant sachant que **z =Ln y** , les résultats seront arrondis a 10^{-2} prés

Rang de l'année x_i Années	1	2	3	4	5	8
Consommation en milliers de dinars y_i	28.5	35	52	70.5	100.5	140
z_i =Ln (y_i)	3.35	……..	…….	…….	……….	4.94

a) déterminer l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrées :(on donnera les arrondis des coefficients à 10^{-2} prés)

b) en déduire que **y =20.49 e** $^{\mathbf{0.23x}}$

c)estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement. La consommation des ménages de cette ville en 2012

Exercice N°3 (6pts)

A) Soit f une fonction définie sur IR\{-2} : f(x)= $\frac{x^2}{x+2}$

1/ montrer que f(x) = x-2 + $\frac{4}{x+2}$ pour x$\neq -2$

2/ calculer I= $\int_{-1}^{2} f(x)dx$

3/en déduire par une intégration par partie calculer J = $\int_{-1}^{2} xLn(x+2)dx$

B) Soit M=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

1/calculer le déterminant de M, et déduire que M est inversible

2/monter que M^{-1} =$\begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

3/résoudre dans IR^3 le système suivant $\begin{cases} y + 2z = 5 \\ -x + 3y = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$

Exercice N°4 (5pts)

Soit f une fonction définie par f(x)= x +Ln(x+2)

1/ a)déterminer le domaine de définition de f

b) calculer la limite de f(x) à droite en (-2) , interpréter graphiquement le résultat obtenu

2/ calculer la limite de f(x) en(+∞)

3/ a)calculer **f '(**x) puis dresser le tableau de variation de f

b) montrer que f réalise une bijection de]-2,+ ∞[dans un intervalle J que l'on précisera

c) en déduire que l'équation f(x)=0 admet une unique solution α dans]-2,+ ∞[et que $-1 < \alpha < 0$

4/on admet que la droite D d'équation y=x est la direction du branche parabolique de C_f au voisinage de (+∞)

a) étudier la position relative de D et C_f

b) construire D et C_f

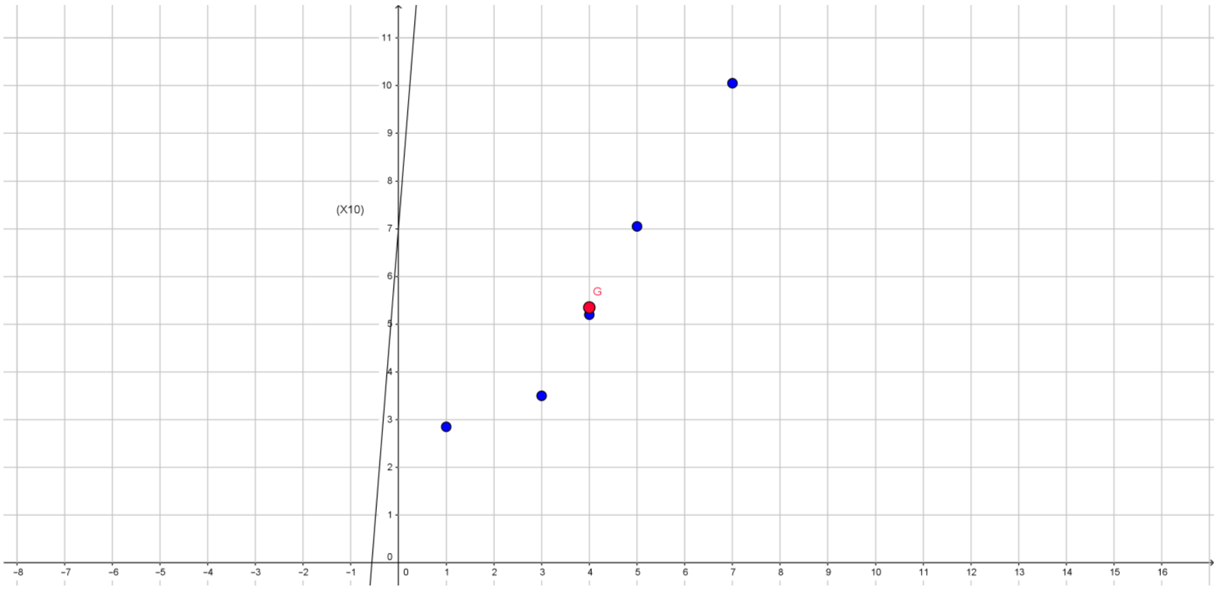
CORRECTION(proposée par le prof :Guesmi.B)

EXERCICE1

1)b 2)c 3)c 4)c

EXERCICE2

1)



$$2)\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \quad ;\bar{Y} = \frac{28{,}5+35+52+70{,}5+100{,}5}{5} = 57{,}3 \quad \Rightarrow G(3;57{,}3)$$

3)y=12,5x+7,3

b)$en\ 2015\ ;x = 7 \Rightarrow y = 12{,}57 \times 7 + 7{,}3 = 95{,}29\ DT$

5)a

x_i	1	2	3	4	5	8
$Z_i=\ln y_i$	3,35	3,55	3,95	4,26	4,61	4,94

b)$\bar{z} = \frac{3{,}35+3{,}55+3{,}95+4{,}26+4{,}61+4{,}94}{6} = 4{,}11\ ;\bar{x} = 3;\ c = \frac{cov(x,z)}{V(x)}; cov(x,z) = \frac{3{,}35+2\times3{,}55+3\times3{,}95+4\times4{,}26+5\times4{,}61+8\times4{,}94}{6} - 4{,}11 \times 3 = 4{,}655$

$V(x) = \frac{1+4+9+16+25+64}{6} - 3^2 = 10{,}83\ \ D: \frac{z-\bar{z}}{x-\bar{x}} = \frac{cov(x,z)}{v(x)} = \frac{4{,}655}{10{,}83} = 0{,}23$

$\Rightarrow c = 0{,}23 \Rightarrow z = 0{,}23x + b$

$\Rightarrow b = \bar{z} - 0{,}23\bar{x} = 4{,}11 - 0{,}23 \times 3 = 3{,}42 \Rightarrow z = 0{,}23x + 3{,}42$

c)$z = lny \Leftrightarrow 0{,}23x + 3{,}42 = lny \Leftrightarrow y = e^{3{,}42}e^{0{,}23x} = 20{,}82e^{0{,}23x} \approx 20{,}49e^{0{,}23x}$

d)$en\ 2012\ \ ,x = 7 \Rightarrow y = 20{,}49e^{0{,}23\times7}\ \approx 102{,}5\text{DT}$

EXERCICE3

A)

1)$on\ a : \frac{(x-2)(x+2)+4}{x+2} = \frac{x^2}{x+2} = f(x)$

2)$I = \int_{-1}^{2}(x-2)dx + \int_{-1}^{2}\frac{4}{x+2}dx = \left[\frac{x^2}{2} - 2x + 4\ln(x+2)\right]_{-1}^{2} = -2 + 8ln2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{2} + 8ln2$

3)$u' = x\ donc\ u = \frac{x^2}{2}\ ; v = \ln(x+2) \Rightarrow v' = \frac{1}{x+2} \Rightarrow J = \left[\frac{x^2\ln(x+2)}{2}\right]_{-1}^{2} - \frac{1}{2}I =$

$\frac{8ln2}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{9}{2} + 8ln2\right) = \frac{9}{4}$

B)

1)$detM = -\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix}1 & 3\\ -1 & -2\end{vmatrix} = 1 + 2\times 1 = 3$

2)$on\ a : M \times M^{-1} = I_3\ d'ou\ le\ resultat$

3)soit T=$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ $; L = \begin{pmatrix}5\\ 2\\ -2\end{pmatrix}$ $S \Leftrightarrow MT = L \Leftrightarrow M^{-1}MT = M^{-1}L \Leftrightarrow T = M^{-1}L \Leftrightarrow$

$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3 & 5 & 6\\ -1 & 2 & 2\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5\\ 2\\ -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-17\\ -5\\ 5\end{pmatrix}$

EXERCICE4

1)a) $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in]-2, +\infty[$

b)$\lim_{x\to -2^+} f(x) = -\infty\ \ donc\ la\ droite\ D\ d'equation$

$D: x = -2\ est\ une\ asymptote\ a\ la\ courbe\ C$

2)$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

3)$f\ est\ derivable\ sur\ son\ domaine\ de\ definition\ et\ f'(x) = 1 + \frac{1}{x+2} = \frac{x+3}{x+2}$

x	-2		$+\infty$
f'(x)	‖	+	
f(x)	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

b)f est $continue$ $strictement$ $croissante$ $donc$ $realise$ une $bijection$ de $I =]-2;+\infty[$

$sur\ J = IR$

c)f $est\ continue\ strictement\ croissante\ de\ I\ sur\ J\ \ et$ $0 \in IR \ \ \Rightarrow l'equation$

$f(x) = 0\ admet\ exactement\ une\ solution\ \alpha\ \ ;or\ f(0) \times f(-1) < 0\ \Rightarrow -1 < \alpha < 0$

4)$soit\ g(x) = f(x) - x = \ln(x+2)\ \ ;pour\ 0 < x + 2 < 1 \Leftrightarrow -2 < x < -1\ ; \ln(x+2) < 0 \Leftrightarrow$
$C\ au\ dessous\ de\ D\ \ et\ si\ x > -1\ on\ a : C\ au\ dessus\ de\ D\ \ set\ si\ x = -1\ \Rightarrow$

$C \cap D = \{A\}; A(-1, -1)$