

Devoir de contrôle n° 3 en Mathématiques

Durée : 2 Heures Niveau : 4^{ème} Ec-Ges

Exercice1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées .une seule est exacte

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou absence de réponse vaut 0 point

1) Le nombre $x = e^{-2\ln 3}$ est égal à :

- a) -6 b) $\frac{1}{9}$ c) -9

2) Si F est une primitive de f sur IR qui prend la valeur $\frac{5}{2}$ en 1 et si $\int_0^1 f(x)dx = \frac{2}{3}$ alors .

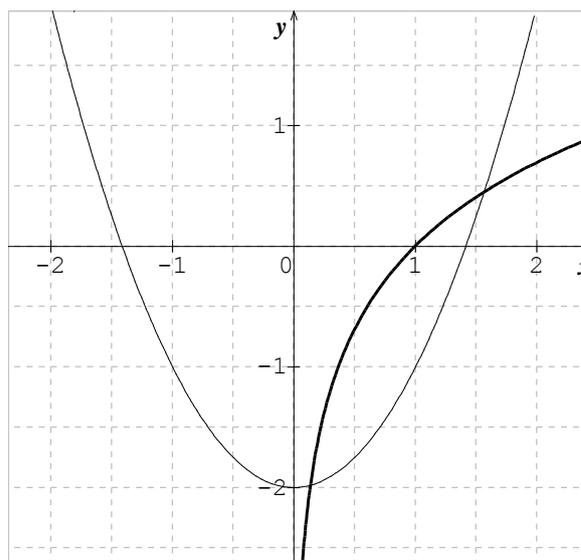
- b) $F(0) = -\frac{11}{6}$ b) $\frac{11}{6}$ c) $\frac{19}{6}$.

3) On donne une série statistique double (x , y) dont son coefficient de corrélation linéaire $r = - 0,895$ alors la corrélation entre x et y est :

- a) Très faible b) forte c) très forte

4) On désigne par (C_1) et (C_2) deux courbes représentatives de deux fonctions f et g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . L'équation $f(x)= g(x)$ admet

- a) Une solution
b) Deux solutions positives
c) Deux solutions de signes contraires



Exercice2 (6 points)

Le tableau suivant représente l'évolution du chiffre d'affaire (en milliers de dinars)d'une entreprise pendant 5 années entre 2006 et 2010

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année X_i	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires Y_i (en milliers de dinars))	120	200	280	400	450

- 1) a- calculer \bar{X} , \bar{Y} et les coordonnées du point moyen G .
- b- dans un repère orthogonal dessiner le nuage des points et le point G .
- c- est-ce qu'on peut penser qu'un ajustement affine soit adapté ?

2) on pose $Z_i = \ln(Y_i)$

- a- compléter le tableau suivant

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année X_i	1	2	3	4	5
$Z_i = \ln(Y_i)$					

- b- calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z
- c- déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés de Z en X

3) a- exprimer y en fonction de x

- b- à laide de cet ajustement quel est le chiffre d'affaire prévisible en 2012

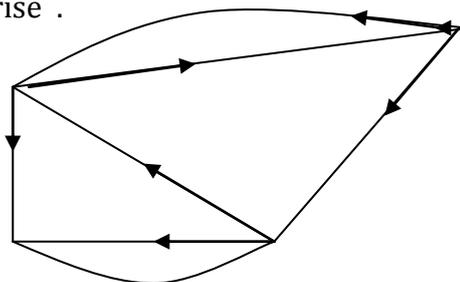
Exercice 3 (5 points)

Le graphe ci-dessous indique, , les parcours possibles en respectant le sens de parcours entre les quatre bâtiments notés par A , B , C et D et E d'une entreprise .

1) quel est l'ordre de G ?

2) Compléter le tableau suivant

sommet	A	B	C	D
d^+				
d^-				
$d^+ - d^-$				



3) Donner la matrice M associée au graphe G .

4) Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance (en respectant le sens de surveillance).

- a- En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.
- b- L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.

5) a- quel est le nombre de trajets de longueur 2 reliant le sommet B au sommet D

- b- justifier comment pourrait-on obtenir ce résultat par le calcul à partir de la matrice M

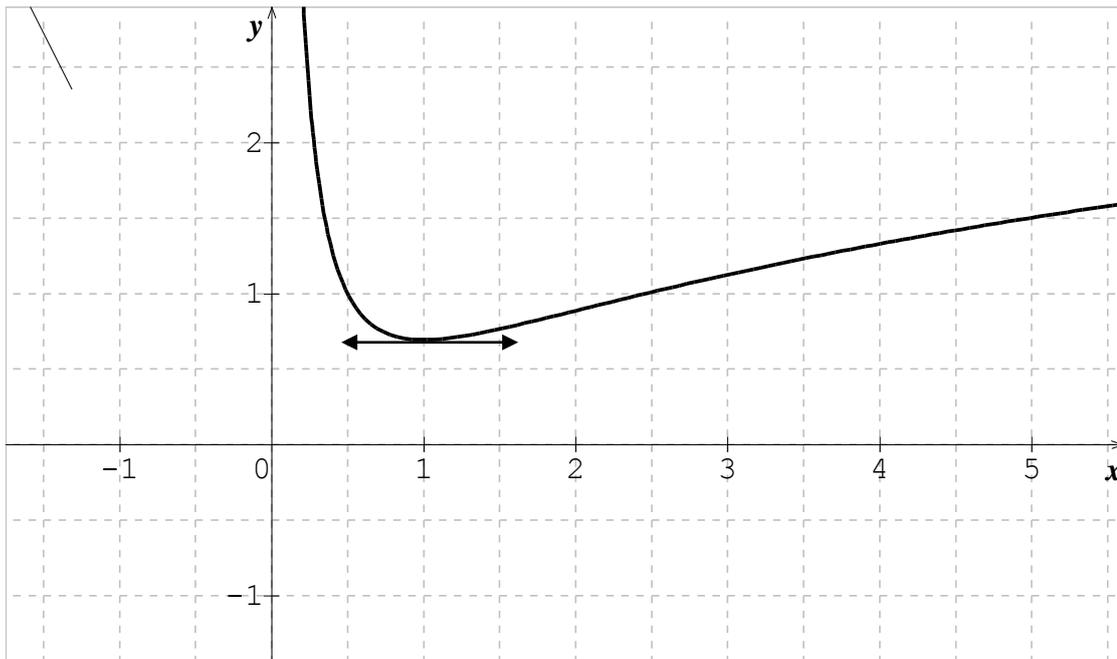
Exercice3 (6 points)

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe \mathcal{C} d'une fonction f définie sur $]0, +\infty[$.

La tangente T à la courbe \mathcal{C} au point $A(0,5; 1)$ passe par le point $B(0, 2)$

On désigne par f' la fonction dérivée de f . sachant que

- l'axe des ordonnées est une asymptote à \mathcal{C} .
- \mathcal{C} Admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.



1) Par lecture graphique

a- Donner la valeur de $f(0,5)$ et $f'(1) = f'(0,5)$

b- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

c- Donner le signe de f suivant les valeurs de x .

2) On suppose que $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x) + (1 - \ln 2)$.

a- Vérifier que pour tout réel $x > 0$ $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

b- Dresser le tableau de variation de f

3) Soit $F(x) = (x+1)\ln(x) - (\ln 2)x$.

Vérifier que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$

4) Calculer l'aire \mathcal{A} du domaine limité par la courbe \mathcal{C} , l'axe abscisse et les droites d'équations : $x=1$ et $x=2$

CORRECTION(proposée par le prof :Guesmi.B)

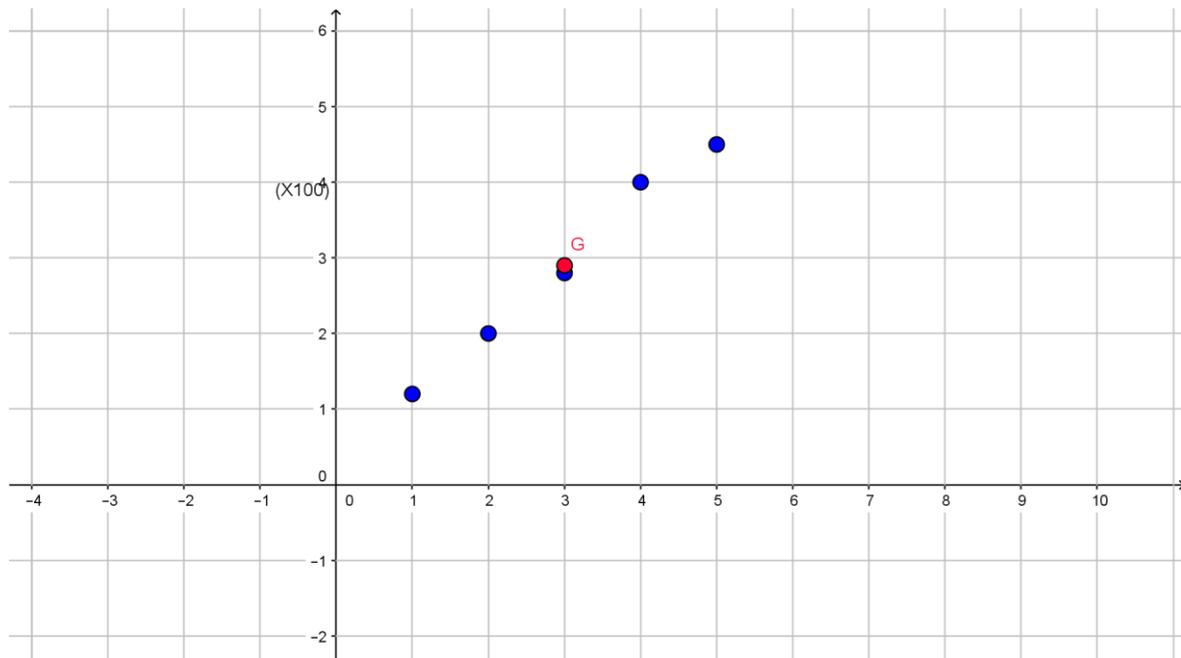
EXERCICE1

- 1)b 2)b 3)c 4)b

EXERCICE2

1)a) $\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$; $\bar{Y} = 290$ donc $G(3; 290)$

b)



c) les points du nuage sont presque alignés sur une droite d'où on peut prévoir un ajustement affine

2)a)

Annee	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i	1	2	3	4	5
$Z_i = \ln y_i$	4,79	5,30	5,63	5,99	6,11

b) $\bar{z} = 5,56$; $V(z) = 0,28$; $\sigma_z = 0,53$; $cov(x, z) = 0,68$ alors $r(x, z) = \frac{1,56}{2,11 \times \sigma_x}$; $r(x; z) = 0,52$

$V(x) = 2$ donc $\sigma_x = 1,41$

la droite de regression D de zen x est $D: z = ax + b$; $a = \frac{0,68}{2} = 0,34$, $v(x) = 2$ donc

$D: z = 0,34x + b$ alors $b = \bar{z} - 0,34\bar{x} = 4,54$ d'où $D: z = 0,34x + 4,54$

3)a) on a : $z = \ln y$; d'où $0,34x + 4,54 = \ln y \Leftrightarrow y = e^{4,54} e^{0,34x} = 93,69 e^{0,34x}$

b) en 2012 ; $x = 7 \Rightarrow y = 93,69 e^{0,34 \times 7} \approx 1012$

EXERCICE3

1) l'ordre de G est 4

2)

Sommet	A	B	C	D
d^+	2	2	2	1
d^-	2	1	2	2
$d^+ - d^-$	0	1	0	-1

3)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4) a) on a : $d^+(A) = d^-(A)$; $d^+(C) = d^-(C)$ et $d^+(B) = d^-(B) + 1$ (II) ; $d^+(D) = d^-(D) - 1$ (III) \Rightarrow il existe un chemin Eulerien de B vers D

B-A-B-C-A-D-C-D

b) d'après 4) a) et les relations (II) et (III) il n'existe pas de cycle Eulerien donc l'agent ne peut pas partir d'un point et revenir à son point de départ

5) a) et b) on a :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow a_{24} = 2 \Leftrightarrow$$

il existe deux trajets de longueurs 2 de B vers D qui sont B - C - D et B - A - D

EXERCICE4

1) a) $f(0,5) = 1$ (donné) ; $A(0,5; 1)$; $f'(1) = 0$ (tangente horizontale) ; $f'(0,5) = \frac{2-1}{0-\frac{1}{2}} = -2$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (branche parabolique de direction

l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$)

c) $f(x) > 0, \forall x > 0$

2) a) $f'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$; $\forall x > 0$

le signe de $f'(x)$ est le même que $x - 1, \forall x > 0$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$2 - \ln 2$	$+\infty$

3) $F'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} - \ln 2 = \frac{1}{x} + \ln x + 1 - \ln 2 = f(x)$ donc $F(x)$ est une primitive de $f(x)$

$$4) A = \int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = 2 \ln 2$$