| | | |
|---|---|---|
| **Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba** | Classe : $3T$ | Durée : 2 heures |
| | **DEVOIR DE CONTROLE N 1** | |

## Exercice 1 : ( 5 points )

Cocher la bonne réponse

Soit R =( O, $\vec{\imath}$ , $\vec{\jmath}$) un repère orthonormé direct du plan , C le cercle trigonométrique de centre O et OA = i

1)(O, $\vec{\jmath}$ , - $\vec{\imath}$)

a)est un repère orthonormé direct b)est un repère orthonormé indirect c)n'est pas un repère

2)Soit B le point de C tel que ($\overrightarrow{OA}$ , O$\overrightarrow{B}$) = $\frac{228\pi}{2}$ + k 2 π , k ∈ Z. les points A et B sont

a)confondu b) symétriques par rapport à O c)symétrique par rapport à (o,$\vec{\jmath}$)

3)soit M un point tel que ($\overrightarrow{OA}$ , A$\overrightarrow{M}$) = $\frac{3\pi}{2}$ + k 2 π , k ∈ Z. On a

a)M∈(OA) b)M∈ à la perpendiculaire à (OA) passant par A c) M∈ à la perpendiculaire à (OA) passant par O

4)Soit le point N ∈ C tel que ($\overrightarrow{OA}$ , $\overrightarrow{ON}$ ) = $\frac{-14\pi}{5}$ + k 2 π , k ∈ Z. une autre mesure de ($\overrightarrow{OA}$ ,$\overrightarrow{ON}$ ) est

a)$\frac{96\pi}{5}$ b)$\frac{\pi}{5}$ c)$\frac{4\pi}{5}$

5)Soit $\alpha \in [0 ,\pi]$ tel que cos$\alpha$ = $\frac{4}{5}$

a)sin$\alpha$ =$\frac{1}{5}$ b)sin$\alpha$ =$\frac{3}{5}$ c)sin$\alpha = \frac{2}{5}$

## Exercice 2 : ( 4 points )

Soit (O, I , j ) un repère orthonormé direct , C le cercle trigonométrique de centre O et A un point de C

On considère les points M et N de C vérifiant ($\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OM}$) = $\frac{65\pi}{6}$ + k 2 π , k ∈ Z et($\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{ON}$) = $\frac{-118\pi}{6}$ + k 2 π , k ∈ Z.

1)Donner les mesures principales de ($\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OM}$) et ($\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{ON}$)

2)Faire une figure

3)Montrer que (OM) et (ON) sont perpendiculaires

## Exercice 3 : (4 points )

Soit f une fonction définie sur IR et vérifiant :

- f est paire
- f est périodique de période 2
- f(x) = - x + 1 pour tout x ∈ $[0,1]$

1)Représenter f sur $[0,1]$ dans un repère orthogonal et déduire sa représentation graphique sur $[-3, 5\,]$

2)Déterminer f ( 5053,5 )

## Exercice 4 : ( 7 points)

Soit la fonction f définie par f (x) = $2\,x^3 - 6$ x

1)Préciser le domaine de définition de f et montrer qu'elle est impaire

2)Calculer les limites de f en -∞ , +∞ et - $\sqrt{2}$

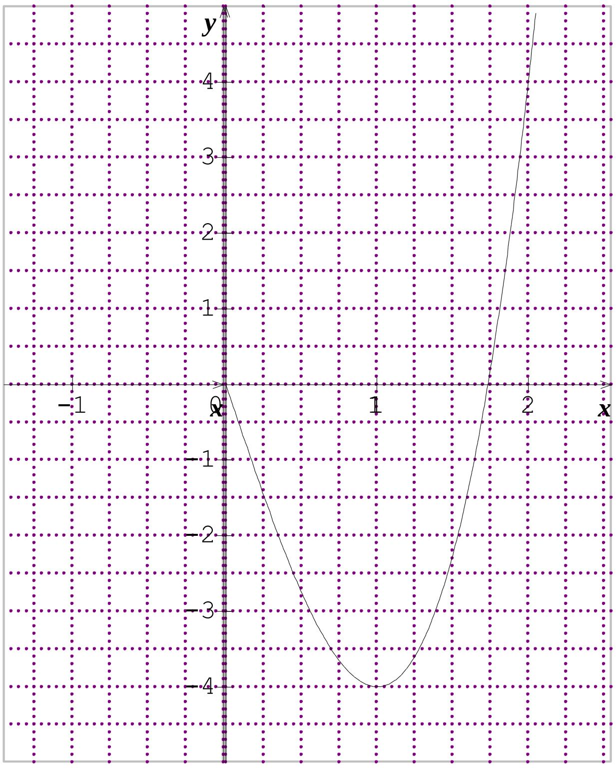
3)a)Soit a et b deux réels , montrer que $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ = 2 ( $a^2 + b^2$ +ab -3)

b)Montrer que f est croissante sur $]-\infty, -1]$ et $[1, +\infty[$ ; et décroissante sur $[-1\,, 1\,]$

c)Calculer $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

5)On donne la représentation graphique de f sur IR+

dans un repère orthogonal




a)Compléter la représentation graphique de f

b)Soit m un réel. Déterminer graphiquement

le nombre de solutions de l'équation f(x) = m

5)soit g(x) = $\frac{f(x)}{x^2 - 5x + 6}$

a)Déterminer le domaine de définition de g

b)Déterminer les limites de g en -∞ , +∞ , -1 , $2^-$ ,

$2^+$, $3^-$ et $3^+$

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a 2)a 3)b 4)a 5)b

EXERCICE2

On a : 65=6X10+5 donc $\frac{65\pi}{6} = 10\pi + \frac{5\pi}{6}$

Donc la mesure principale de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ $est$ $\frac{5\pi}{6}$ $puisque$ $\frac{5\pi}{6} \in ]-\pi, \pi]$

De meme on a : 118=6X19+4 donc $\frac{-118\pi}{6} = -19\pi - \frac{2\pi}{3}$

$$=-19\pi - \pi + \pi - \frac{2\pi}{3}$$

$$=-20\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$=\frac{\pi}{3} - 2X(-10)\pi$$

Or $\frac{\pi}{3}$є]-П,П] donc la mesure principale de l'angle est $\frac{\pi}{3}$

On a :$(\widehat{\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OM}}) = (\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}}) - (\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{ON}}) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

Donc (OM)┴(ON)

EXERCICE3

voir la construction a la fin du devoir

On a : 0≤x≤1 donc 2≤x+2≤3 et f(x)=-x+1

De meme 4≤x+4≤5

Et puisque f est paire donc la representation graphique de f dans

Un repere orthogonal est symetrique par rapport à l'axe des ordonnees

Et puisqu'elle est periodique de periode 2

Donc la representation se fait sur [0,1] puis par translation de vecteur $2\vec{\imath}$

f(5053,5)=f(0,5)=0,5

EXERCICE4

1)$D_f$=IR

* si x∈IR alors (-x)∈IR

* $f(-x)=2.(-x)^3-6.(-x)=-(2x^3-6x)=-f(x)$ donc f est impaire

2)$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ; 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

4)$\lim_{x\to(-\sqrt{2})} f(x) = 2.(-\sqrt{2})^3-6(-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

5)a) $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{2(a^3-b^3)-6(a-b)}{(a-b)} = \frac{2(a-b)(a^2+ab+b^2-3)}{(a-b)} = 2(a^2+ab+b^2-3)$

b)<u>sur ]-∞, $-1$]</u>

on a a≥-1 ;b≥-14 donc $a^2 \geq 1; b^2 \geq 1$ *et* $ab \geq 1$ *donc*

$2(a^2+ab+b^2-3)\geq 0$ donc f est croissante

On montre de meme que f est croissante sur [1,+∞[ et

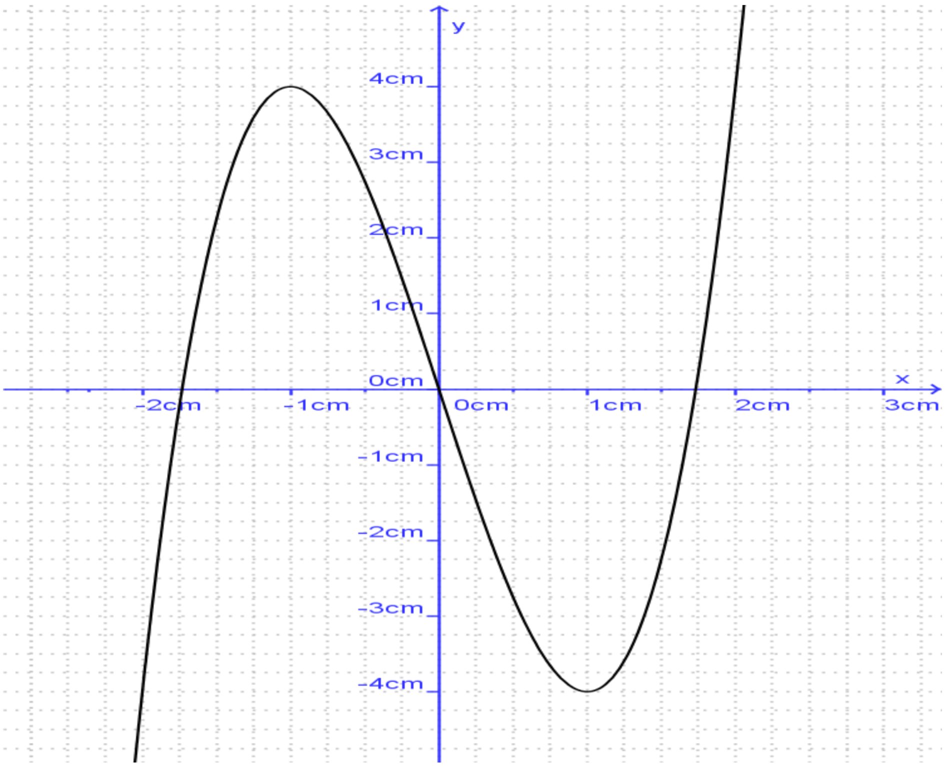
Decroissante sur [-1,1]

c) on pose h=x-2 donc x=h+2 si x tend vers 2 alors h tend vers 0

d'où $\lim_{x\to2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{h\to0} \frac{2[(h+2)^3-3(h+2)-2]}{h} = 18$ (à faire les calculs)

5)a)f est impaire donc la representation graphique dans un repere

Est symétrique par rapport à l'origine du repere




b) $f(x)=m$

*si $m=4$ ou $m=-4$ alors 2 solutions

* si $-4<m<4$ alors 3 solutions

* si $m>4$ ou $m<-4$ alors 1 solution

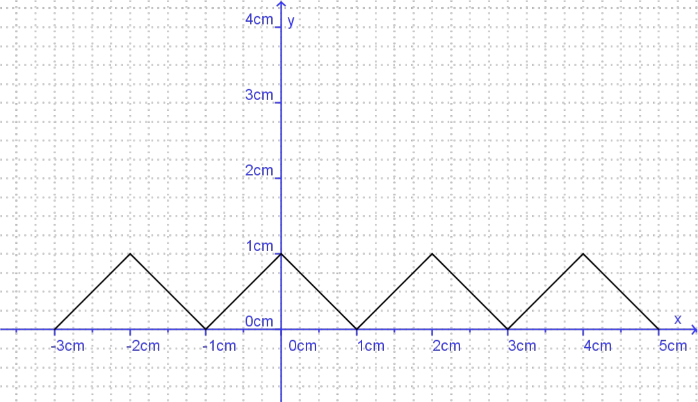
5)a) $x^2-5x+6=0$ donc $x=2$ ou $x=3$ (A faire les calculs)

$D_g=IR-\{2,3\}$

b)

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-5x+6$ | | + | 0 | - | 0 | + | |

le reste est evident


4cm
y
3cm
2cm
1cm
0cm
x
-3cm
-2cm
-1cm
0cm
1cm
2cm
3cm
4cm
5cm