	Devoir de Synthèse N°1	
Année scolaire : 2014/2015		Epreuve : MATHEMATIQUES
Classes: 3eme science		Durée :2H

Exercice 1 : (3 pts)

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2-3x+2} \qquad \lim_{x\to \frac{-1}{2}} \left(\frac{\sqrt{2x^2-3x+1}}{2x-1}\right) \qquad \lim_{x\to 3} \left(\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+6}}{x-3}\right)$$

Exercice 2 : (7 pts)

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} \sqrt{x^2+3}+ax & si\ \ x<1 \\ \frac{x^2-x-1}{x-2} & si\ \ x\geq 1 \end{cases}$; avec $a \in \mathbb{R}$

1°) a) Déterminer l'ensemble de définition de f

b) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1

2°) On prend dans la suite $a=-1$

Etudier la continuité de f sur son domaine de définition

3°) $a)$ $Calculer$ $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ et $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu

4°) $a)$ $Déterminer$ $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

b) Montrer que la droite d'équation $y=-2x$ est une asymptote oblique aux voisinage de $-\infty$

c) Montrer que la droite d'équation $y=x+1$ est une asymptote oblique aux voisinage de $+\infty$

Exercice 3 : (3 pts)

Soient A,B,C, D et E des points du plan orienté tel que

$$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{-169\pi}{12}\ [2\pi] \quad ; \quad \left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{103\pi}{4}\ [2\pi] \quad et \quad \left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}\right) \equiv \frac{-10\pi}{3}\ [2\pi]$$

1°) Donner les mesures principales de chacun des angles orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$, $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}\right)$

2°) Montrer que les points A , E et D sont alignés

Exercice 4: (7 pts)

Soit ABCD un rectangle tel que AB= 4cm et AD = 3cm .

A l'extérieure de ce rectangle , on construit un triangle AEB tel que AE =3cm et $B\hat{A}E = \frac{\pi}{3}$

1°) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA}$

b) Calculer BE

c) Calculer $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BA}$ puis déduire $\cos A\hat{B}E$

2°) Soit G le barycentre des points pondérés (A , 2) et (D , 1)

a) Calculer GA et GD
b) Déterminer les ensembles suivantes : $\varepsilon = \{ M \in P\ tel\ que\ 2MA^2 + MD^2 = 9 \}$

$$\phi = \left\{ M \in P\ tel\ que\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \right\}$$

$$\psi = \left\{ M \in P\ tel\ que\ \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 16 \right\}$$

3°) Le plan est muni du repère orthonormé (D , DI , DG) avec I le milieu de [DC]

a) Déterminer les coordonnées des points C , A et B
b) Calculer $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IA}$
c) Soit F (x , y) . Déterminer x et y pour que $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires et que $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{AI}$

Soient orthogonaux

CORRECTION(proposée par le prof :Guesmi.B)

EXERCICE1

$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x-2)} = -3$

$\lim_{x\to -\frac{-1}{2}}\frac{\sqrt{2x^2-3x+1}}{2x-1} = \frac{-3}{2}$

$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+6}}{x-3} = \lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+6}} = \frac{1}{6}$

EXERCICE2

1)a)IR-{2}

b)$\lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1) =$
$1\ et\ \lim_{x\to 1^-} f(x) =$
$2 + a\ \ donc\ pour\ que\ f\ soit\ continue\ en\ 1\ il\ suffit\ que\ 2 + a =$
$1\ donc\ a = -1$

2)si a=-1 d'apres ce qui precede f est continue sur IR-{2}

3)a $pour\ x \geq 1\ et\ x \neq 2\ on\ a : f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = x + 1$

Et $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -_{\infty}\ et\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$

b)$on\ peut\ affirmer\ que\ la\ droite\ D: x =$
$2\ est\ une\ asymptote$ à $la\ courbe\ \ C\ de\ la\ fonction\ f$

4)a)$\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty \qquad (x < 1)$

b)$\lim_{x\to -\infty} f(x) + 2x =$
$\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+3} + x = \lim_{x\to -\infty}\frac{3}{\sqrt{x^2+3}-x} = 0\ \ donc\ la\ droite\ d'equation$
$y = 2x\ est\ une\ asymptote\ oblique$ à $la\ courbe\ C\ de\ la\ fonction\ f$

c)de la meme facon on montre que la droite d'equation y=x+1 est

une asymptote a la courbe C au voisinage de $+\infty$

EXERCICE4

1)$a)\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = \frac{4.3.1}{2} = 6$; $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} = 0$; $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CB} = -9$

b)$EB^2 = 9 + 16 - 12 = 13\ donc\ EB = \sqrt{13}(EL\ KASHI)$

C)$\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BA} = \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}\right).\overrightarrow{BA} = 13$

Donc $cosABE = \frac{\sqrt{13}}{4}$

2)$on\ a : 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}\ (1)$;$pour\ tout\ point\ M\ du\ plan\ on\ a : 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MG}\ donc\ pour\ M = A\ on\ a\ AG = \frac{1}{3}AD = 1\ et\ \ si\ M = D\ on\ a : GD = \frac{2}{3}AD = 2$

b)$\varepsilon: 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD})^2 = 9\ et\ vu\ (1)\ \ on\ a : MG = 1\ donc\ M\ decrit\ le\ cercle\ C(G;1)$

$\emptyset: \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$,$c'estle\ cercle\ de\ diametre\ [AB]$

$\varphi: soit\ H\ le\ projete\ orthogonal\ de\ M\ sur\ (AB) on\ aura$

$\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{AB} = 16\ donc\ \ \overrightarrow{AH}\ et\ \overrightarrow{AB}\ sont\ de\ sens\ contraire\ et\ AH.AB = 16\ donc$

$AH = 4\ \ d'ou\ H = S_A(B)\ \ donc\ M\ decrit\ la\ perpendicumaire$ à $(AB) passant\ par\ H$